

گفتگوهایی درباره حقیقت پشت صحنه ریاضی

امیرحسین اکبرطباطبایی، آرش رستگار

پیاده‌سازی و بازنویسی: محمدمهدی نسیمی

آرش رستگار: حکمت پارادایم- عرض شود که بد نیست اگر فرصت داشتید، در ریسرچ گیت اخیرا من یک مقاله‌ای گذاشتم که اسمش هست حکمت پارادایم، که یک قسمتی از تیتزش این است، اگر آن مقاله را ببینید، راجع به این است که من در دوران دانشجویی چگونه ریاضی انجام می‌دادم و راجع به پرش بین فرمول‌بندی‌های مختلف یک تئوری است. آن را اگر ببینید، کمک می‌کند به این بحث ما. ولی خلاصه این است که ما یک حقیقتی داریم که تجلی می‌کند در زمین بازی‌های مختلفی، که این‌ها می‌شوند تئوری‌هایی که بین این‌ها آنالوژی برقرار است و این می‌شود آن چیزهایی که ما مشاهده می‌کنیم و از این‌ها می‌خواهیم راجع به آن حقیقت پشت صحنه که تجلی کرده و در دسترس ما نیست صحبت کنیم. یا این که اصلا این آنالوژی‌ها را further توسعه دهیم با کمک مقایسه‌شان، این می‌شود حکمت فراپارادایم. حکمت پارادایم این می‌شود که فرمول‌بندی‌های مختلف یک تئوری را ما با هم مقایسه بکنیم، و چگونه بین اینها پرش بکنیم در شناختمان، برای فهم بهتر آن چیزی که تجلی کرده، حقیقتی تجلی کرده و این فرمول‌بندی‌های مختلف را داده است. این‌ها فکری‌های کلیدی‌ای است که آن مقاله حکمت پارادایم شاید بتواند روشن‌تر بیان کند و مثال بزند. و این یک استایل ریاضی‌ای است که خب مصادیقش کم است، ریاضیدانان کمی هستند که با این استایل ریاضی انجام می‌دهند. بعد باید آن‌ها را خواند. یک نقل قولی هست از آندره ویل، بعضی‌ها می‌گویند از باناخ، که راجع به این موضوع است. این پشت صحنه حرف من، ولی آن کامنتی که شما کلمه مشاهده‌پذیر را استفاده کردید، خیلی کلیدی است و شما یک راهی را در فلسفه باز کردید با این حرفتان، و یک عالمه حکمت‌هایی که در فیزیک develop شده، در کوآنتوم develop شده را راه دادید به این‌جا. و خیلی کار بزرگی بود، این کلمه را استفاده کردن. حالا من بعدا یک قصری از این بسازم. ولی الآن به همان مثال‌های خودم قناعت می‌کنم.

آرش رستگار: مشاهده ناپذیرها- عرض شود که، مثال اول، مال خیلی سال پیش است شاید آن موقع ۱۸ سالم بود. داستان این است که دکتر اسدی، استاد دانشگاه ویسکانسین، که اصالتا یک توپولوژیست بود و شاگرد براودر، می‌آمد ایران و سه تا دوستش را می‌آورد که برای ما کنفرانس می‌گذاشتند، که ما Arakelov theory یاد بگیریم. من و علی رجایی علاقه‌مند بودیم به نظریه آرکلوف، دوستانمان هم بودند، آنها کوچکتر بودند. این سه نفر، نوربرت شاپاخر، پیتر اشنایدر و اووه یانسن بودند. اووه یانسن، یادم است وقتی پرینستون بودم، کتر آن موقع سال حالا ۹۳، می‌گفت تنها قضیه‌ای که در نظریه motive وجود دارد، کار اووه یانسن است. حالا ما چند سال قبلش، یک سال، دو سال، سه سال قبلش، با این‌ها آن موقع ایتالیا بودیم، در آی سی تی پی و دعوت کردیم، من عجب نادان بودم، ۱۸ سالم بود. گفتم که می‌شود شما نوربرت شاپاخر، پیتر اشنایدر و اووه یانسن و دکتر اسدی مهمان شوید یک شنبه ظهر، که غذا نمی‌دهد آی سی تی پی، بیایید اتاق ما در گالیلئو و ما شما را میهمان کنیم؟ عجب نادانی! بعد آن‌ها گفتند حتما می‌آییم، باشد. بعد من و علی رجایی رفتیم از سوپر مارکت یک سری غذاهای سوپر مارکتی گرفتیم. مثلا یادم است یک

ظرف‌های خیلی کوچک سالاد اولویه بود، یک نفره، که گوشت و این‌ها هم نداشت دیگر، چون ما آن موقع خیلی مهم بود برایمان حلال باشد، فقط سبزیجات بود و یک ذره نان و چیزهای مختلف، که آره، ما داریم از شما پذیرایی می‌کنیم. و بعد دکتر اسدی با ماشینی که کرایه کرده بود، و بعد من خیلی تعجب کردم که ایشان چرا در ایتالیا ماشین دارد؟ اینجا که خانه‌اش نیست، با نوربرت شاپاخر رفته بودند یک مرغ سوخاری بزرگ، یک جعبه بزرگ مرغ سوخاری گرفتند و دکتر اسدی آمد در اتاق و آن را گذاشت وسط میز بعد گفت که "This is my contribution" و ما را نجات داد. دو تا فنقله بچه، آدم بزرگ‌ها را دعوت کرده بودند. آن‌جا من از نوربرت شاپاخر، او بعدا رفت در تاریخ ریاضی ولی در نظریه اعداد بود آن موقع، این سؤال را پرسیدم که سؤال الآن مبسوط‌تر می‌گویم. شما \mathbb{R}^2 ، \mathbb{Z}^2 ، یک مدل گسسته از آن است. که این یکی می‌شود $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$ و آن می‌شود $\mathbb{R} \oplus \mathbb{R}$. خب ولی \mathbb{Z}^2 ، حالا شما گراف کیلی‌اش را در نظر بگیرید که می‌شود یک شبکه مربعی، یک آنالوگ ناجابجایی دارد که آن باشد F^2 ، گراف کیلی گروه آزاد روی دو تا عضو. و خب این سؤال مطرح می‌شود برای من، که این F^2 ، مشابه گسسته چه موجود پیوسته‌ای است؟ من دو تا جواب برای این داشتم، اگر می‌خواستم با هندسه بسازم، می‌گفتم فضای خم‌هایی را که از مبدا شروع می‌شوند در نظر بگیرید، اگر روی یک مسیر دو تا خم مساوی بودند، فضای مربوط به آن را مساوی بگیرید در صفحه، به محض آنکه دو تا مسیر مسیرشان از هم جدا شد، شما فرض کنید که وارد دو تا فضای، دو قسمت مختلف می‌شویم. یک چیزی شبیه به همان اتفاقی که در F^2 می‌افتد، آنتن شیطان به آن می‌گویند. بعد سؤال این بود که خب این یک صورت هندسی‌ای داری می‌دهی از آن فضا، به زبان جبری چه می‌شود؟ بعد به زبان جبری باید کار کرد. شما از \mathbb{R}^2 هم تصویر هندسی داری و هم تصویر جبری داری $\mathbb{R} \oplus \mathbb{R}$. و حدس من این بود که تصویر جبری‌اش $\mathbb{R} \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{R}$ باشد. نوربرت شاپاخر این سؤال جذبش نکرد و گفت $\mathbb{R} \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{R}$ خیلی حلقه بزرگی است و این پایان مکالمه بود. ولی خب $\mathbb{R} \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{R}$ چون \mathbb{R} توپولوژی دارد، حتما یک توپولوژی خوبی دارد و حدس من این است که همان فضایی می‌شود که من با خم‌هایی که از مبدا شروع می‌شوند، درست کردم. ولی نتوانستم این را ثابت کنم. الآن هم نمی‌توانم ثابت بکنم. بنابراین، من دو تا کانستراکشن دارم، یکی هندسی و یکی جبری که analogy بین اینها دارم و می‌توانم این طرف یک ریاضیاتی انجام دهم و آن طرف هم ریاضیاتی انجام دهم. conjecturally اینها the same اند. ولی نمی‌توانم constructively بگویم اینها the same اند. نمی‌توانم بسازم بگویم اینها چرا the same اند، ولی این مثال، مثال ضعیفی است، چون conjecturally دو طرف آنالوژی یک چیزند، مثال قوی‌تر هم دارم.

آرش رستگار: یک نقد به منطق، و ارائه مثالی از مشاهده ناپذیرها- عرض شود که، خب یک انتقادی که من به منطق دارم، و خب این تقصیر از فرگه و این‌ها نیست، برنامه‌ای که اصلا لایب‌نیتز طراحی کرد، این ضعف را دارد. و کانت هم متوجه این ضعف نشد. حالا قبل از این که ضعف اصلی را بگویم، شما در هندسه‌های هذلولوی و کروی و این‌ها، دوگانی ندارید، سه‌گانی است. یعنی یا می‌گویید که از هر نقطه خارج از خط یک خط موازی می‌شود رسم کرد، یا می‌گویید که نمی‌شود رسم کرد، یا می‌گویید بینهایت‌تا. این باید در منطق وجود داشته باشد. چرا می‌گویند اصلا یک گزاره و نقیض آن؟ خیلی ضعیف است این مدل. حالا بگذریم، از این چیزها بگذریم. چیز مهم‌تر این است: شما می‌آیید می‌گویید باشد، فرض کنید از یک نقطه خارج یک خط هیچ خط موازی‌ای نمی‌توانیم رسم کنیم، می‌شود هندسه کروی و ما مثلثات کروی را درست می‌کنیم، بطلمیوس درست کرد. بعد می‌گویید که خب در هندسه اقلیدسی که یک خط موازی می‌توان رسم

کرد، بعد می‌آیید هندسه اقلیدسی را درست می‌کنید، اصلاً *by analogy*، یعنی قضیه سینوس‌های هندسه اقلیدسی در تاریخ ثبت شده. ابن سینا سر کلاس ابونصر عراقی بود، آن درس داد قضیه سینوس‌های بطلمیوس را و ابن سینا گفتش که خب *analogue* این در هندسه اقلیدسی چه می‌شود؟ فردایش آن ابونصر عراقی آمد، با یک رساله که قضیه سینوس‌ها را ثابت کرده بود. پس می‌دانستند *by analogy*. بعد هندسه هذلولوی آمد، حتی فکر کنم خود لباچفسکی، مثلثات هذلولوی را برای سینوس هایپرولیک و کسینوس هایپرولیک درست کرد، و به گمانم آن‌ها نمی‌دانستند اصلاً $\frac{(e^x + e^{-x})}{2}$ مثلاً فرمولش است. ولی بعد دیدیم، عجب، مثلثات هذلولوی عین مثلثات کروی است، عین مثلثات اقلیدسی است، قضیه سینوس‌ها همان، قضیه کسینوس‌ها همان، قشنگ آنالوژی است، شما یک ترجمه کوچک انجام می‌دهید، همه قضیه‌ها به آن طرف ترجمه می‌شود. بعد من از منطق‌دان می‌پرسم که چه شد؟ بالاخره از یک نقطه خارج خط، این تئوری مثلثات را درست کردی، یک خط موازی می‌شود رسم کرد، یا هیچی نمی‌توان رسم کرد، یا بی‌نهایت تا می‌شود رسم کرد؟ چرا پس جفتش شد یک تئوری؟ پس این‌ها عین هم هستند، آنالوژی دارند. منطق‌دان، چه می‌توانی بگویی؟ می‌گویی که پس اصلاً این اصل موضوعه توازی مهم نبود، برش دارید. نمی‌گوییم اصلاً از یک نقطه خارج خط، خط موازی می‌شود رسم کرد، یا نه. اصلاً مفهوم توازی را برداریم. به منطق‌دان می‌گوییم که خب، شما چه می‌گویی؟ بعد می‌گویند من هیچ چیز نمی‌توانم بگویم. بعد می‌گوییم خب، حالا تو یک فرضی راجع به توازی بکن، هر کدام از این سه تا را که دوست داشتی، بعد می‌گویند بیا این مثلثات. بعد می‌گوییم که خب این فرض را یک جور دیگر فرض می‌کردی که همان بود، چگونه توضیح می‌دهی؟ می‌گویند هیچ چیز، من نمی‌توانم توضیح دهم. بنابراین منطق، خیلی ضعیف است. به حقیقت پشت صحنه توسعه پیدا نمی‌کند، راجع به آن نمی‌تواند صحبت کند. ولی ما همه‌اش داریم از این استفاده می‌کنیم. ما همه‌اش داریم از آنالوژی‌ها استفاده می‌کنیم، بلکه خیلی گسترده‌تر، ما همه‌اش داریم از استعاره‌ها استفاده می‌کنیم. حالا شما می‌توانی مراجعه بکنی به این نظریه انقلاب دوم زبان‌شناسی لاکف که بعد از چامسکی است که تحت تاثیر انقلاب‌هایی است که در علوم شناختی تحت تاثیر نوروساینس و کشفیات آن به وجود آمده است. می‌توانید مراجعه بکنید به مقاله منین راجع به استعاره در ریاضیات و این که چرا کامپیوتر هرگز نخواهد توانست ریاضی انجام بدهد مثل ریاضیدان‌ها، چون استعاره را نمی‌فهمد. و بعد هم بروید و بپرسید که اوه پس چرا جی‌پی‌تی شعر می‌تواند بگوید؟ یک شعر را می‌دهی و می‌گویی به سبک شکسپیر بگو، برایت مثل شکسپیر می‌گوید، می‌گویی به سبک دانته بگو، برایت مثل دانته می‌گوید، پس چرا می‌تواند؟ چه چیز را نمی‌تواند؟ چه چیز را می‌تواند؟ خب، برگردیم به مقاله علی خزلی، مقاله علی خزلی دارد می‌گوید که، ما می‌توانیم زبان درست کنیم، زبانی که فراتر از مدل باشد، فراتر از انتخابی باشد که اصل موضوعه توازی می‌کند از آن سه راهی. می‌شود. خب چرا نکنیم؟ می‌شود فراتر از زبان رفت. به یک معنی‌ای فراتر از مدل رفت. زبان می‌تواند فراتر از مدل برود. به معنا علی خزلی نه به معنایی که الآن در منطق هست. یعنی در چندتا مدل حرف بزند، در چند تا تجلی یک حقیقت حرف بزند و در هر کدام از آن زمین‌های بازی ببیند که آری! دارد راست می‌گوید! و یک قضایای ثابت کند، این قضایا *analog* هستند، ولی دقیقاً یکی نیستند. در این دنیا یک چیز است، در آن دنیا یک چیز است. می‌شود این طوری حرف زد. چرا منطق به همچنین *achievement* دست پیدا نکرده؟

آرش رستگار: مثالی از مشاهده ناپذیرها، مقاله آقای خزلی - مثال قوی‌تر، مال یک مقاله‌ای است از دوستم علی خزلی. علی خزلی را از دبیرستان می‌شناسم. از شاگردان و درستان قدیمی، سالی که المپیاد این‌ها مکزیک بود، من سرپرست تیم بودم و خیلی نتیجه‌شان خوب بود. نتیجه‌شان ۱۴م در دنیا شد، یکی از بهترین نتایج ایران بود. با این که آن سال در آن شهری که ما بودیم، hurricane آمد و ما از اتاق‌های هتل‌مان همه رفتیم در زیرزمین هتل، همه می‌ترسیدند که شرایط خیلی سخت شود، برق‌ها قطع شود، آب‌ها قطع شود، و ما نتوانیم سوار هواپیما شویم برگردیم کشورمان. در همچنین شرایطی امتحان دادند، آن تیم خیلی قوی بودند. از جمله کسانی که آن‌جا بود، مصطفی عین الله زاده بود، که الآن استاد دانشگاه اصفهان است، صنعتی اصفهان به گمانم، و علی اکبر دائمی بود که ۴۲ گرفت. الآن گمانم پیش خانم بهشتی است در دانشگاه واشنگتن دیسی، و صاحب برنامه تحقیقاتی فوکایا-دائمی، و این علی خزلی که ماند ایران دکتری گرفت، الآن رفته است آمریکا و دارد دوباره برمی‌گردد شریف فعلا و اینها. علی خزلی، یک سالی که من همراه تیم مسابقات دانشجویی شریف به بلغارستان رفتم و او به عنوان همراه با من آمد، و آن‌جا دوست شد با Geza که از این قهرمان‌های قدیمی المپیاد است. یک مسئله‌ای قبلا فکر می‌کرد به آن، که به کمک گزا این را کاملش کردند و یک قضیه هندسه درست شده است. و این قضیه موضوعش این است که مقاطع مخروطی را در هندسه هذلولوی رده‌بندی کنند. یعنی چه؟ یعنی یک ژئودزیک را دوران دهند حول یک ژئودزیک دیگر و بعد مقاطعش را با صفحه‌های هذلولوی قطع دهند و بگویند چه شکل‌هایی می‌شود. این مسئله را علی خزلی خودش انتخاب کرده بود. اما در ورژن‌های اولیه که فکر کنم در ورژن نهایی مقاله با گزا هم این باشد، چیزهایی را که ثابت کرده بود که تقریبا مسئله را حل کرده بود، به این زبان بیان کرده بود که، یک زبانی درست کرده بود، همان مقاله را شما می‌خواندید، در هندسه اقلیدسی می‌خواندید، می‌شد رده‌بندی مقاطع مخروطی هندسه اقلیدسی، در هندسه هذلولی همان مقاله را می‌خواندید، می‌شد رده‌بندی مقاطع مخروطی در هندسه هذلولی، در هندسه کروی می‌خواندید، باز می‌شد رده‌بندی مقاطع مخروطی در هندسه کروی. می‌دانید که آن‌جا هم، مثلا روی سطح کره هم مفهوم بیضی داریم دیگر، مجموعه نقاطی که مثلا مجموع فاصله‌شان از دو نقطه ثابت است. این می‌شود اشتراک یک خم درجه دو با کره. می‌شود بیضی روی سطح کره. آن‌جا هم مقاطع مخروطی داریم، یک رویه درجه ۲. بعد این واقعا عظیم است این کار، نوشتن همچنین مقاله‌ای، ما در تاریخ ریاضیات همچین کار بزرگی نداشتیم و متأسفانه ما به آدم‌های بزرگمان احترام نمی‌گذاریم، حتما باید دیگران برایشان دست بزنند تا ما بگوییم این‌ها بزرگند. کم‌ترین اهمیت این آن‌که، از پوانکاره تا حالا، از کلاین و پوانکاره تا حالا که مدل دادند برای هندسه نااقلیدسی، هیچ‌کس همچین رده‌بندی‌ای نکرده بود و این خیلی مسئله کلاسیکی است. هیچ‌کس حلش نکرده بود و این‌ها حلش کردند. وایلز خیلی اهمیت می‌داد به کسانی که ریاضیات قرن ۱۹-امی انجام می‌دهند. مثلا منجول بهارگاوا، تز دکتری‌اش یک کارهایی راجع به قانون تقابل بود. قوانین تقابل، که خیلی عمیق‌تر از گوس این را فهمیده بود و وایلز می‌گفت که خب این همه سال گذشته، هیچ‌کس این چیزهای عمیق را نفهمیده، در واقع این منجول با صد سال تاریخ نظریه اعدادان‌ها رقابت کرده و جلو زده. برایش خیلی ارزش داشت که کسی یک کار مهمی بکند که می‌توانست قرن ۱۹-ام انجام شود. می‌گفتند که، معروف بود، فکر کنم استاد فاینمن که، فاینمن کاری را در تزش انجام داده بود، آن هم پرینستون بود، گفته بودش که این تا ۱۴ رقم اعشار یک ناوردای فیزیکی را درست تخمین زده بود. و آن استادش گفته بود "Who ordered this?"، چه کسی گفت اصلا تو همچنین کاری بکنی؟ من که به تو همچنین مسئله‌ای ندادم. وایلز هم راجع به منجول بهارگاوا

می گفت که "Who ordered this?". یعنی به محض این که دکتری اش را گرفت، استاد تمام پرینستون شد. در یادم نیست چند سالگی، ۲۶، ۲۷ سالگی. البته این که چیزی نیست، ففرمن در ۲۰ سالگی دکتری گرفت و استاد تمام پرینستون شد. بعد عرض شود که، داستان ما کجا بود؟ داستان ما، داشتیم، اصلا ذهنم گم شده. ما داشتیم راجع به علی خزلی صحبت می کردیم. حالا من، شما که الآن مقاله علی خزلی را دانستید چه هست، حالا من دوباره از اول شروع می کنم می روم قرن ۱۹-۱۰م و راجع به هندسه هذلولوی و ظهورش صحبت می کنم. خب من در همچنین فرهنگ بزرگ شدم که الآن توضیح می دهم. در اثبات وایلز، باید ثابت بکند جبرهای هکه complete intersection هستند. خب نمی تواند ثابت بکند، خیلی سخت است. می آید می گوید که، من نشان می دهم به هر عدد طبیعی یک جبر هکه نسبت داده می شود. می گوید نشان می دهم اگر برای T_n حکم برقرار باشد برای T_{np} هم هست. خب این طوری برای هر عدد اولی، خب اگر T_1 درست باشد، دیگر می رود بالا تا همه جا. ولی T_1 را چه کسی می تواند ثابت بکند؟ آن از همه سخت تر است. بعد می گویم من یک دنباله a_i می سازم. می گوید در t_1 یک نامساوی ای باید برقرار باشد تا من کارم درست شود. من یک دنباله a_i می سازم که از یک شروع می شود و صعودی هم باشد. بعد ثابت می کنم T_1 برقرار است اگر و فقط اگر T_{a_1} مثلا برقرار باشد. a_0 باشد ۱. بعد T_{a_1} برقرار است اگر و فقط اگر T_{a_2} برقرار باشد. بعد T_{a_2} برقرار است اگر و فقط اگر T_{a_3} برقرار باشد و همین طور می روم بالا. آن نامساوی ای که برای a_1 برقرار است، دنباله a_i را طوری انتخاب کرده ام که آن دنباله همه اش tight می شود. و دیگر جا ندارد از یک جایی به بعد، مجبور است برقرار شود، معلوم نیست هم کجا. در یک a_i درست می شود. برمی گردد پایین تر، a_1 درست میشود، a_1 هم که رسید، همه a_n ها درست می شود. یک همچنین استقرائی دارد. حالا در هر n یک حلقه خیلی پیچیده ای داری که داری با آن کار می کنی، با عملگرهای هکه درست شده اند و این ها. خب برای یک آدمی که در این فرهنگ بزرگ شده، می گوید که این می شود خیلی، به نظر من خیلی pictorial است. چرا؟ چون کسانی که کلامی اند و خیلی از منطقدان ها هستند، اصلا چون کلامی بودند، رفتند دنبال این دیسیپلین، حالا شاید این حرف اصلا هم درست نباشد، چون من منطق بلد نیستم. این طوری است. ممکنه کلامی ها کل نگر هم باشند، طوری نیست. این کلامی ها، یک استاندارد از دقت دارند، یعنی یک استاندارد از شک و یقین دارند. یا درست است، یا درست نیست. یا شک دارید یا شک ندارید. آدم های تصویری این گونه نیستند، چندین استاندارد، hierarchy از استانداردها دارند. مثلا در مسائل خانواده یک استاندارد شک و یقین دارند، در مسائل ریاضی یک استاندارد دارند، در مسائل جامعه یک استاندارد، موقع یاد گرفتن علوم انسانی یک استاندارد دیگر. بعد آن وقت این ها همین طور که تنوع دارد استانداردهایشان، داخل ریاضی هم تنوع دارد. مثلا یک روش یادگیری کل نگرانه دارند، آن یک استاندارد ضعیف تری از دقت دارد، ولی خب خیلی سریع تر است یادگیری اش، و می توانند consistently، و این مهم است consistently، با این استاندارد ریاضی انجام دهند. دیگر حداقل سه تا استاندارد را دارند. یک استاندارد دقت متوسطی و استاندارد دقت زیادی، که آن «زیادی» شبیه به کلامی ها است. خب ما، با همین روش، می توانیم چندین مفهوم از ساختار یا ساختنی داشته باشیم که یک hierarchy درست می کنند. و همین طور که شما این hierarchy را در آن حرکت می کنید و بالا می روید، عالم چیزهایی که می توانید بسازید، حالا می تواند کوچک شود یا بزرگ شود، ولی اینها numerous اند و شما بین این ها همه اش حرکت می کنید تا کارتان راه بیفتد. یک مثال دیگر که باز در این کارهای وایلز و این ها است، این ها می خواهند ثابت کنند نمایش گالوا روی \mathbb{Q} مدولار است. اصلا طبیعت مسئله این است، مجبورشان می کند، همه اش base

extend می‌دهند به totally number fieldهای بزرگتر و بزرگتر و آخرش هم معلوم نیست که چقدر بزرگ کارشان را راه می‌اندازد. ولی برای این که روی \mathbb{Q} کارشان انجام شود، گروه گالوا روی \mathbb{Q} ، هم‌ه‌اش به totally real number fieldهای بزرگتر مجبورند رجوع کنند که امکانات بهتری به ایشان بدهد. آخرش هم هدفشان این است که یک نمایش گروه گالوا روی \mathbb{Q} را مثلاً خم بیضوی روی \mathbb{Q} را بگویند که مدولار است. یا نمایش گالوا روی \mathbb{Q} را، به پیمانۀ p ، را بگویند مدولار است. ولی در نهایت دارند هر کاری می‌کنند برای همه totally real number fieldها و نمایش‌های گالوایی آنها انجام می‌دهند، محاسبه می‌کنند، چون همه را احتیاج دارند. و به نظر من این هم یک دنیای متصور است در منطق، که ما یک hierarchy بزرگی که حساب دارد داشته باشیم، نه که مثلاً دو تا معنی قابل ساختن یا سه تا داشته باشیم. نه، یک hierarchy داشته باشیم، hierarchy اش هم براساس اعداد طبیعی باسما‌ای ساخته نشده باشد، مثلاً بگوییم، چه می‌دانم، n مرحله یک چیزی را احتیاج داشته باشید یا $n + 1$ مرحله. این طوری فایده ندارد، عالم عالم باید باشد. بعد آن وقت که این کار را کردید، با حرکت بین این hierarchyها، یک چیزهایی بتوانید بسازید. حالا باز من به نظرم می‌آید که یک جورهایی در منطق این وجود دارد، آن چیزهایی که می‌دانم می‌گویم.

آرش رستگار: درباره منطق، سازگاری و حکمت اولی- عرض شود که مثلاً، خب استقرء ترانس فینی (Transfinite induction) همین طوری است دیگر. شما می‌گویید مثلاً یک حکمی برای کاردینالیته کوچکتز از یک کاردینالیته برقرار باشد، بعد نشان می‌دهید برای آن کاردینالیته هم برقرار است. یک جوری همین hierarchy است دیگر. بعد من یک، در اوج نادانی‌ام، یک فکری دارم. راجع به این چهار شاخه منطق، بینم اصلاً یادم هست؟ یکی‌اش نظریه مجموعه‌هاست، یکی‌اش نظریه مدل است، یکی Recursion theory است که از آن دیگر هیچ چیز نمی‌دانم، و یکی نظریه اثبات است. و به نظر من، نظریه مجموعه‌دان‌ها، ریاضیدان‌اند. بعد می‌خواهم بگویم بعضی‌ها ریاضیدان نیستند، نظریه مجموعه‌دان‌ها ریاضیدان‌اند، ولی دنیادیده‌تر از ریاضیدان‌اند، چون یک مجموعه‌هایی با یک کاردینال‌هایی بیش‌تر می‌بینند، مثلاً جبر انجام می‌دهند روی یک کاردینال‌هایی که برای ریاضیدان متصور نیست اصلاً این‌ها چه کار دارند می‌کنند؟ نظریه مدل‌دان‌ها، آن‌ها ریاضیدان‌اند، ولی داناترند، چون دارند با زبان و با مدل بازی می‌کنند، ریاضیدان‌ها اصلاً از این کارها بلد نیستند. ولی دارند ریاضی انجام می‌دهند. Recursion theory را هنوز، چه می‌گوید؟ می‌گوید که من آردهایم را بیخته‌ام و الکم را آویخته‌ام. من هنوز آردهایم را نبیخته‌ام در Recursion theory. در نظریه اثبات ولی، می‌خواهم بگویم که این‌ها، جو زده‌اند خیلی. و زیادی تحت تاثیر اقلیدس قرار گرفته‌اند. فکر می‌کنند ریاضی انجام دادن، فقط یعنی همان روش اقلیدسی. چرا؟ چون که به نظر من، اثبات مثل این است که شما وارد یک محله‌ای می‌شوید، می‌گویند برو خیابان اصلی‌اش، کنار پمپ بنزین یک بقالی هست، در آن بقالی یک علی آقا هست، به علی آقا مثلاً می‌گویید کوچه هاشمی کجاست؟ بعد او کوچه هاشمی را نشان می‌دهد، بعد می‌روید کوچه هاشمی، پلاک ۷، طبقه دوم، آن‌جا یک خانه اجاره می‌کنید. این آدرس است. ولی بعد، یک ماه زندگی می‌کنی، دو ماه زندگی می‌کنی، یک بار از این کوچه می‌روی، یک بار از آن کوچه می‌روی، یک سال که زندگی کردی، دیگر همه آدرس‌ها و همه مغازه‌ها و همه فروشنده‌ها را می‌شناسید. بعد که شناختید، می‌آیید و می‌گویید آن آدرس چه بود؟ می‌آیید و می‌گویید که دیگر آن آدرس اهمیتی ندارد. شما به کزات آدرس می‌توانی درست کنی، آن هزارتا آدرس هم اهمیتی ندارند. اثبات برای این است که ما یک منطقه‌ای را بشناسیم دیگر، وقتی شناختیم دیگر اثبات اصالتی ندارد.

این یک چیز. و دوم این که، این هم باز خیلی کلامی است، شما هیچ دست‌آویزی برای یقین ریاضی بجز اثبات اقلیدسی، که در واقع آن ارسطویی است، به‌جز این نگاه و فرمالیسم فلسفه علم که از اصول موضوعه شروع کنیم و بعد یک چیزی را ثابت کنیم، نداریم؟ به نظر من آن چیزی که ارزش دارد، سازگاری است، نه اثبات. یعنی، ارسطو می‌گوید دور و سلسله، اینها قابل قبول نیستند، به نظر من قابل قبول‌اند، اگر سازگار باشد، این‌ها هیچ مشکلی ندارد. یعنی اگر هیچ تجربه‌ای از این که به عدم سازگاری رسیده باشیم، نداشته باشیم، طوری نیست. و آن‌چه که در ریاضی عمیق است، سازگاری است، نه اثبات. چون اصول موضوعه که حقیقت نیستند، ما می‌بینیم دیگر، در یک مدل هست، در یک مدلی نیست. اثبات بر اساس سازگاری باید فهمیده شود، آها یک نفر دیگر هم این را بلد است. اخیراً دکتر امیر اصغری یک سری مصاحبه‌هایی می‌کند با ریاضیدان‌های ایرانی، و یک مصاحبه دارد با آرتان ششمانی و آرتان ششمانی، حالا نمی‌دانم چقدر خودش خودآگاه، راجع به این مسئله می‌گویند: کارآمدی ریاضیات در فهم علوم طبیعی، ناخودآگاه می‌گوید که: «آه، عجب این سازگاری ریاضیات چیز قوی‌ای است». روی دست همه کسانی که راجع به کارآمدی ریاضیات حرف زده‌اند، حرف می‌زند. هرچند که من آن، به طور اجمالی تفکرات حکمت اولی، که الهیات حکمت وسطی که ریاضیات است که حکمت طبیعی که حکمت پایین است را قبول دارم، که عوالم از علوم توحیدی خلقشان شروع می‌شود، و بعد از علوم ریاضی می‌گذرد، و بعد به عالم طبیعت می‌رسد. من همچنین نگاهی به ریاضیات را خب قبول دارم، و این می‌گوید که طبیعی است که طبیعت به زبان ریاضیات فهمیده شود. ولی خب امروز که کسی پیدا نمی‌شود، اگر هم کسی پیدا شود که این‌طور فکر کند، کتمان می‌کند. چون نظام دانشگاهی‌ای که همچنین hierarchy افلاطونی را به این شکل، نه به این معنی از خلقت عوالم، حالا چه در عوالم شناختی، چه در عوالم خلقت عالم ماده، این‌طوری فکر نمی‌کند. یعنی آن افلاطونی‌هایش هم این‌طوری فکر نمی‌کنند، یعنی آن، حالا penrose که خداپور نیست، ولی افلاطونی نیست، و چه عجیب، و خیلی‌ها هستند، آن‌ها هم دیگر این‌گونه راجع به خلقت فکر نمی‌کنند. و این که نظام دانشگاهی هم همچنین نگاهی را به خلقت بر نمی‌تابد. بنابراین، کسی هم پیدا شود، هیچوقت به روی خودش نمی‌آورد که من این‌طوری فکر می‌کنم. ریاضیدانان شناخت‌شناس را شما یک طوری باز از مقدمه مقالاتشان می‌فهمید که این دارد راجع به تاثیری که ریاضیات بر شناختش می‌گذارد، فکر می‌کند، برایش مهم است، برای همین دارد این ریاضیات را انجام می‌دهد. ولی ریاضیدانان حقیقت‌شناس را دیگر هیچ‌کس، همه پنهان می‌کنند. هیچ‌کس اذعان نمی‌کند، هیچ‌کس اعتراف نمی‌کند. آری این hierarchy بسیار طولانی از تعاریف ساختار، که ساختن یعنی چه، این هم یک راه حل است که در آن دیگر شما مجبور نیستید به عالم بالا و تجلی حقایق و این‌ها فکر بکنید.

امیرحسین اکبرطباطبایی: جمع‌بندی- عرضم به حضورتان که من یک جمع‌بندی بکنم از این‌هایی که گفتید، هم ماشاءالله تعداد بالاست و هم موضوعات مختلفی را از هرکدام را یک ذره حرف می‌زنید، همزمان مطالب زیادی دارد، مثال‌های متنوعی دارد، بنابراین به نظرم الآن وقتش است که من یک جمع‌بندی‌ای بکنم. دست کم برای این که بتوانم پاسخ بدهم، باید در ذهن خودم این‌ها منظم باشند. عرض کنم که، به نظرم دو تا کار می‌کنید در فقره اخیر. و آن دو تا کار این است، یکی این که قرار است که آن مثال‌هایی که من از شما خواستم را برای من بنویسید، که مثال‌ها قرار است از چنین پدیده‌ای باشد که یک حقیقت ناساختنی‌ای به معنی‌ای هست، که ما خب نمی‌توانیم بسازیم، ولی بعد با تجلی‌های مختلفش سر و کار داریم یک‌جورهایی، و یک

طور باورپذیری ناساختنی است، به این معنی که آن ساختمان‌هایی که ما می‌توانیم تصور بکنیم که معقول است احتمالاً، به آن‌جا دست نمی‌یابد. به اضافه این که قرار بوده انگار که این را هم توضیح دهید که چطور می‌شود یک چیزی ناساختنی باشد، وقتی که بالاخره به یک معنی‌ای وقتی من ارائه‌اش کنم خب به طور ساختنی دارم توضیحش می‌دهم. سه تا مثال، علی‌الاصول آن‌طوری که من می‌فهمم حالا، اگر این کوچک‌هایش را فراموش نکرده باشم، سه تا مثال برای من می‌زنید، یکی آن کار علی‌خزلی است در باب آن مقاطع مخروطی، رده‌بندی‌شان به شکل unified در سه تا setting هذلولوی، بیضوی و عرض به حضورتان که اقلیدسی معمولی. یک مثال دیگر دارید، سؤالی که پرسیدید سال‌های قدیم، درباره این که نسخه پیوسته ناجابجایی $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$ ، \mathbb{Z}^2 در واقع چه می‌شود، و یک سومی هم هست که مجموعی از تکنیک‌هایی است که تعریف می‌کنید که مثلاً لازم است برای این که مسئله‌هایی که نمی‌شود آن‌ها را حل کرد را وایلز استفاده می‌کند و آن‌ها هم چیزی به ما می‌گویند. این سه تا مثال، مثال‌های ماست. بعد در وسط این‌ها و جداگانه حتی، یک حملاتی هم می‌کنید به منطق. یعنی انگار که فقط وظیفه‌تان نمی‌دانید که بگویید این ممکن است که جهان ناساختنی‌ای باشد، چیزی ناساختنی باشد که ما به آن دست پیدا نمی‌کنیم، ولی هم یک چیزهایی از آن می‌دانیم، آن‌طوری هم نیست. به این بسنده نمی‌کنید، می‌گویید که، آن وسط حالا لازم می‌دانید بگویید که، و اما منطق هم بسیار در این کار ضعیف است و چرا دستش به آن‌جاها نمی‌رسد و مثال‌ها را در هرکدام یک ذره می‌گویید و یک ذره هم اصلاً مستقلاً منطق را فحش می‌دهید، که خب این چرا اولاً دو ارزشی است و دوگانی فیکسی دارد که خب سه‌گانه‌ای هم داریم ما مثلاً در آن مورد، و تصور می‌کنم که تصور foundational تری هم دارید از آن سه‌گانی، یعنی محدود به هذلولوی و کروی و اقلیدسی هم نیست. انگار او هم تجلی یک سه‌گانی مهمی است مثلاً در ذهنتان و بعد آن سه‌گانی را می‌پرسید که پس چرا این‌جا نیست؟ بعد اعتراض می‌کنید که این ساختنی بودن چرا اصلاً hierarchical نیست، بعد hierarchy که ندارد و خب یک وقت‌هایی در آن مثال‌های مربوطه‌ای که زدید از کارهای وایلز، خب ما سر و کارمان با یک جور hierarchy‌ای هست و این معقول نیست که ما hierarchy نداریم. و بعد یک تقسیم‌بندی‌ای دارید از منطق که می‌گویید که خب آن بخش‌ها هرکدامش چطور است و آن وسط نظریه اثبات را هم یک کتک مفصل می‌زنید که خب این بنده خدا زیادی حساس شده است روی اثبات. و جوگیر است و خب اثبات آن‌قدر هم مهم نیست که این می‌گوید. این‌ها چیزهایی است که من به یاد توانستم به یاد نگه دارم، این هم مربوط است به کتک‌هایی که به منطق می‌زنید این وسط، که البته مربوط است به بحث قبلی، این هم پنل دوم بحث ما است ظاهراً اگر اشتباه نکنم. و یک پنل سومی هم هست که خیلی کم، فرصت نمی‌کنید درباره‌اش زیاد حرف بزنید، آن آخر که مع الاسف کم هم هست، ولی آن هم مربوط است البته به بحث، مربوط است به این حقیقت و یک تقسیم‌بندی شمایی می‌دهید از ریاضیدانان مختلف و این‌ها، که شمایش را هم نمی‌گویید، فقط یکی دوتایش را می‌گویید، که برای یکی شناخت مهم است، برای یکی حقیقت و این‌ها، ها این را هم یادم رفت که یک توضیح مفصلی هم در اول می‌دهید درباره آن مقاله researchgate که این حکمت پارادایم و حکمت فراپارادایم را چه معنی می‌کنید که آن هم خیلی قشنگ و این‌ها است. حالا به آن هم می‌رسم. عرض کنم که این‌ها را برای ما توضیح می‌دهید و بعد در نهایت هم می‌گویید که آن ریاضیدان در واقع حقیقت‌جوی آن وسط بیچاره است، برای این که الان‌ها دیگر مد نیست و بعد می‌دانیم آن‌طور ریاضی‌دان، که حالا اگر قبلاً هم زیاد بودند، که به نظرم فکر نمی‌کنم فکر کنید که هیچ‌وقت هم زیاد بوده‌اند اصولاً، همچنین چیزی بسیار کمیاب است، آن‌ها هم دیگر نسلشان برافتاده است، برای این که دیگر صرف

نمی‌کند و نشسته‌اند خانه‌هایشان و یواشکی حقیقت‌شناس‌اند و من می‌شنوم هم که یک حسرتی هست در حرفتان که ای وای که این طور است که درباره آن هم باید حرف زد. و این هم بحث خیلی سفت و مهم و این‌هایی است که به نظرم شایستگی‌اش بیشتر است. حالا البته همه این‌ها اساساً درباره حول حقیقت می‌چرخد حرف‌هایی که می‌زنید، درست است؟ این که حالا حقیقت را، اگر در ریاضیات بخواهیم بگوییم و تجلی‌هایش را و دسترسی‌پذیری‌اش، چیست یا ریاضیدان‌هایی هستند که آن‌طورند و منطوق‌دان‌ها چقدر ناتوان است در approach کردن به حقیقت. من اضافه می‌کنم، شما نمی‌گویید این را، ولی من اضافه می‌کنم که اگر قرار بود یک کسی هم به حقیقت قرار بود نگاهی داشته باشد، باید منطوق می‌بود در ریاضیات. به این استناد که، این که نیست و این‌ها یک حرف است، این که باید می‌بود ولی، یک چیز دیگر است، به این استناد که خب جبر سر و کله‌اش با جبر است، ولی خب می‌بیند چیزهای زیادی را، توپولوژی و غیره، هرکدام برای خودشان دکان و دستگاهی دارند و می‌بینند هم در آن تصاویری را، مهم و بزرگ و universal و ...، کما این که در هندسه جبری مثلاً. ولی انگار که آدمی زاد باید انتظار داشته باشد که اگر قرار باشد یک کسی فراپارادایم نگاه بکند به همه نظریه‌ها و همه‌جور ریاضیات، و بعد دنبال صورت آن حقیقت والا باشد که اینجا نیست، آن فرم مطلق باشد، اصولاً باید وظیفه منطوق باشد دیگر این. که درباره فهمیدن است مثلاً، من دارم گسترش می‌دهم مفهوم منطوق را، و اوست که اما چنین مثلاً بی دست و پا است در این پیکار، و بعد مثال‌هایی هم می‌زنید. همه چیز درباره حقیقت و حول حقیقت می‌چرخد و من هم طبیعتاً همین کار را خواهم کرد و هم چون موضوع مورد علاقه من هم هست مستقلاً، بنابراین خوش می‌دارم که اصلاً این بحث را به درازا بکشم و بهانه‌ای بجویم این وسط و حرف‌های خودم را هم بزنم که به نظرم آن‌چنان دور هم نیست از جوری که شما نگاه می‌کنید به دنیا. این از مقدمه‌ای که آن‌چنان خودش هم کوتاه نیست. تا یادم نرفته است بگویم که خاطرات خیلی خوشمزه‌ای هم تعریف می‌کنید وسط‌هایش، که من نگران هستم که بحث ما خیلی عریض طویل است، آنها آن وسط به اندازه کافی appreciate نشوند متأسفانه، و بنابراین باید مستقلاً یادم باشد بگویم همین اول که دست کم خیلی خاطرات شیرین و دوست داشتنی‌ای است، آن قضیه الویه و غیره. و واقعاً شنیدنی است و مرسی که این وسط‌ها یک passage‌هایی می‌گیرید از تعریف کردن یک خاطرات خیلی شیرین و خیلی مفاهیم، بحث مجرد ما را خیلی گوشت و پوست و جان دار و این‌ها می‌کند و زنده می‌کند و خیلی شیرین. عرضم به حضورتان که من بروم سراغ پنل اول دعوامان. قرار بود که شما برای من مثال‌هایی بزنید که ما یک حقیقت یا هر چیزی غیرساختنی به یک معنی‌ای داشته باشیم یعنی یکی از وظایف شما این است که مرا راضی کنید که: «این را ببینید، غیرساختنی است دیگر!» و بعد اما خب ما دسترسی‌هایی هم به این داریم، تجلیاتی دارد و غیره، بنابراین آن‌چنان هم مطلقاً فراتر از توان ما نیست‌ریال و همین صورت مسئله را جالب و سخت می‌کند. و بعد یک مقدار هم می‌توانید توضیح دهید که آخر چطور ممکن است که این ساختنی نیست، اما من دارم ارائه می‌دهم این را، همین الان گفتم مثلاً. و ساختن را کجا می‌بندم. خب این کار را نمی‌کنید واقعاً در هیچ‌کدام از این مثال‌ها و حقیقتاً من خیلی، می‌توانم دنبال کنم که دارید درباره این موضوع حرف می‌زنید و مثال‌هایی هم که می‌زنید مثال‌های این است، اما مستقیماً ارتباطش را پیدا کردن سخت است. و مخصوصاً جواب‌های به این سؤال‌ها را. من متوجهم که جواب‌های درست و حسابی‌ای اصولاً نباید داشته باشد، برای این که مفهوم خیلی مبهم عرض طولی است و اصلاً از ورای همین جور مثال‌ها و مثال‌های مبهم و گاهی مربوط و گاهی کمتر مربوط باید پیدا کرد آن‌چه که باید را، و اصلاً انتظار هیچ چیز crystal clear، حتی clear را هم ندارم طبیعتاً. اما در همین‌ها مثلاً

من خوشحال می‌شدم یا همین الان هم می‌شوم که برای من مثلا مستقلا توضیح بدهید که همین یک مثال که داریم این‌جا، آنی که موجود دسترس‌ناپذیر غیرقابل دسترس است کدام است، چیست و چرا می‌گوییم ناساختنی است و ساختن را کجا بستید که دستش به آن‌جا نمی‌رسد. شبیه این است که یک snotion تعریف می‌کنید، مثلا گروه فلان است، مثلا گروه مجموعه‌ای است با ساختمانی که فلان، و بعد زیرش که مثال می‌خواهید بنزید طبیعتا باید به من بگوییم که \mathbb{Z} مثلا گروه است و جمعش جای آن ضرب می‌نشیند، صفر می‌شیند جای عضو همانی مثلا، بعد حالا اصول را نگاه بکنید، این می‌شود شرکت پذیری جمع که داریم، این‌طور تناظر برقرار می‌کنید که به ذهن من نزدیک بشوید که این فضا را چطور می‌بینید این‌گونه. این را برای این می‌گویم نه برای این که ملا نقطی بازی درآورده باشم، الکی گیر داده باشم، برای این که بعضی جاها روشن نیست، در بعضی از این مثال‌هایتان به نظر می‌آید که ما اصلا می‌توانیم بسازیم. ساختنی است. در اساسا ایده هر سه مثال‌تان هم درباره این است که یک چیزی جورهای مختلفی تجلی کرده و بعد یک جا مثلا می‌گویید در آن مثال $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$ ، که هیچکدام از این دو تجلی را نمی‌شود از هم ساخت. و من، حالا درباره مثال‌ها هم جزء به جزء حرف می‌زنم، ولی مثلا، دارم الان تصویر کلی را می‌گویم، این دو تا تجلی مختلف پیوسته را می‌گویید که، یکی جبری است و یکی مثلا هندسی‌طور است و این‌ها را نمی‌شود به هم تبدیل کرد و شما نمی‌توانید معادل بودنش را ثابت کنید فعلا، بیایید اصلا فرض کنیم conjecturally هم the same نیستند اصلا حتی. شما می‌گویید هستند، می‌گویم اصلا حتی به فرض نیستند. اما به نظر می‌آید تجلی‌های یک چیزند و انگار که دارید می‌گویید که آن یک چیز از دسترس من خارج است، ولی این تجلیاتش که جورهای مختلف‌اند و غیرقابل تبدیل به هم هستند، دست کم فعلا هم دم دست من هستند. \mathbb{Z} من این را می‌فهمم، این اساسا مبنای مثال‌های دیگر هم هست، حالا بعضی‌هایش ضعیف‌تر است، بعضی‌هایش قوی‌تر است و این مثال قوی‌تان است به نظرم. مثال ضعیف‌تر هم مثال مربوط به علی خزلی است که حالا درباره اش حرف می‌زنم و می‌گویم که چرا فکر می‌کنم مثال ضعیف‌تر است. ولی نکته‌ام این است که حرفی که می‌زنید این است که ما یک حقیقت بالایی داریم، این‌ها تجلیات مختلفی دارند، حالا که داریم می‌گویم بگذارید آن را هم بگویم که در این مورد مربوط به علی خزلی هم ما چه داریم؟ آن‌جا یک، انگار که نمی‌گویید، ولی من این‌طور می‌فهمم، اگر هم اشتباه می‌فهمم مرا تصحیح می‌کنید حتما، که یک حقیقت فرای این سه‌گانی‌ای داریم که نه هذلولوی است، نه بیضوی است و نه اقلیدسی است، یک چیزی فرای این‌هاست. و بعد تجلی می‌کند در این سه تا، و بعد این آنالوژی‌ای که عجب، این دقیقا همان قضیه‌ای است که آن‌جاست، مثلا قضیه سینوس‌ها را مثال می‌زنید که همین‌جا دقیقا همان است، حالا با یک تبدیلات اندکی. و بعد \mathbb{Z} این عجیب است، این به ما نشانه می‌دهد، نمی‌گویید ولی معنی‌اش این است که نشانه می‌دهد که این‌ها یعنی یک چیز هستند دیگر، این قدر شبیه که نمی‌شود چیزی به چیزی باشد، و بعد آن علاقه‌تان به کار علی خزلی این است که \mathbb{Z} این انگار دست پیدا می‌کند به آن چیز بالاتر. برای این که آن فرمالیسم را می‌دهد، آن زبان را می‌نویسد، که بعد یک اثبات می‌نویسد که هم‌زمان هر سه این‌ها هست. \mathbb{Z} این یک مقدار نقض غرض است، برای این که دارید انگار می‌گویید که علی خزلی پیدا کرده آن را، آنی را که قرار بود بگویید ناساختنی است، او ساخته، کانستراکت کرده و سه تجلی‌اش را هم درآورده. و بعد من یک گام جلوتر می‌خواهم بروم، می‌خواهم بگویم اصولا این مثال‌هایی که می‌زنید، کار ریاضیدان در همه این موارد این‌طوری، که تجلی‌های مختلف پیدا می‌کند، گشتن دنبال نظریه مادر است. یعنی پیش فرضی موجود است این‌جا همیشه، برای یک ریاضیدان تا آن‌جایی که من

می‌فهمم، که اگر این همه آنالوژی پیدا کرد، حالا نه هرطور ریاضیدانی، ولی گونه‌ای تصور می‌کند که خب، من این قدر شباهت را نمی‌توانم اتفاقی بگیرم و این‌ها، یک نظریهٔ مادری آن پشت هست، من باید آن را پیدا کنم. و بعد خب خیلی از مثال‌های خوبی در تاریخ هم هست که این را پیدا کرده‌اند. بنابراین این‌ها یک جورهایی خلاف خواستهٔ شما هستند، یعنی دست کم ریاضیدان باور نمی‌کند که این‌ها فراتر از من هستند، این‌طور است که اگر این تجلی‌ها، تجلی‌های یک چیزی باید باشند، من پیدایش می‌کنم و خیلی اوقات هم پیدایش کرده‌اند و این‌ها. اگر می‌خواستید یک مثال خوب ارائه بدهید برای من، باید مثالی در همین setting که دارید مثال می‌زنید، باید مثالی می‌زدید که خیلی تجلی‌های شبیه به همی دارد و یک آنالوژی سنگینی هست و هر آدم عاقلی باور می‌کند که باید یک نظریه‌ای این پشت باشد. و ما باید برویم و آن را پیدا کنیم. اما آن نظریه به لحاظ تاریخی هزار و یک دلیل هست مثلاً، به خاطر تلاش‌هایی که شده است، به خاطر نمی‌دانم، مشکلات فنی‌ای که آن داخل یک چیزهایی به هم گیر می‌کنند که نمی‌شود، که ظاهراً هیچ نظریه‌ای آن پشت نیست. و این را بگیرید به این سند که، نظریه به این معنی که ما می‌فهمیم مثلاً، این را سند این بگیرید که ببینید یک جاهایی یک تجلیاتی هست از چیزی که دسترس‌ناپذیر است، به نظر می‌رسد معقول است که ادعا کنیم که، خب حتماً هم هیچ‌وقت نمی‌شود، به خاطر این که خب، نیست. و طبیعتاً هم نمی‌توانید بسازیدش و به من بدهید، چون آن وقت ساختیدش، باید نشانه‌هایی به من بدهید و بگویید که یک چیزی هست آن داخل، قانع باش که هست، این همه شباهت عجیب نیست مثلاً؟ ولی طرف نیست، یعنی ما نتوانسته‌ایم پیدایش کنیم. مثلاً ۳۰۰ سال است دنبالش هستیم به فرض، نتوانسته‌ایم، و بعد وقتی هم که نتوانستیم، برعکس مثال علی خزلی. مثال علی خزلی که او پیدا کرده است خب، آن قبول نیست. مثال خودتان را برای این می‌گویم بهتر است که می‌گویید که بین این دو تا شباهتی است که نمی‌توانید نشان دهید عین هم هستند، و طبیعتاً ندارید نظریهٔ مادرش را هم. حالا البته خیلی هم قوی نیست. به خاطر این که فکر نمی‌کنم هم ادعا کنید که هرگز نمی‌توانیم پیدا کنیم همچنین چیزی را، ولی حرفم این است که مثال‌هایتان کار نمی‌کند برای هدف، یا دست کم من نمی‌فهمم برای آن هدفی که دنبال می‌کنید که یک چیزی فراتر از آن‌طوری است که ما مشاهده می‌کنیم به تعبیر من، و آن‌طوری که ساختمان‌های ما اجازه می‌دهد به تعبیر شما. این‌ها یکی از شرایط مهمش این است که نباید باشد در دسترس ما و یک‌جوری باید من را قانع کنید که بین ما هرچوری approach می‌کنیم این نمی‌شود. و اصلاً یک‌جور ناسازگاری هم آن داخل هست، یک چیزهایی با هم نمی‌خواند، نمی‌شود این کار را کرد. اما، خب این‌ها را نگاه کن، این‌ها عین هم هستند این دو، این‌طور می‌شود؟ مثلاً، مثال تاریخی‌ای که من بخواهم بزنم که ریاضی هم نیست، یک چیزی، این را که می‌گویید، برای آن که نشان بدهم مثلاً تصور من از مثالی که باید می‌زدید چه هست و طبیعتاً این‌ها این‌طوری نیست، اما ممکن است، باز من تاکید می‌کنم که ممکن است من کلاً دارم غلط می‌فهمم حرف شما را و حتماً این مفید خواهد بود، شما اصلاح می‌کنید فهم من را و درست می‌شود، که ما داریم راجع به یک چیز مشترک حرف می‌زنیم. عرضم به حضورتان که مثالی که در ذهن من است، مثلاً ترکیب نسبیت عام و مکانیک کوانتوم است، از یک طرف ما، این‌ها یک عالم هستند، ما داریم راجع به یک عالم حرف می‌زنیم. دربارهٔ عالم واقع، حرف می‌زنیم. و عجیب نیست که این عالم واقع، خب یک نظریه‌ای برایش حاکم باشد، خب این که نمی‌شود که هر تکه‌اش یک نظریه باشد، دست کم تجربهٔ فیزیکی به ما نشان می‌دهد که هر چه ما پیدا کردیم بعداً unify شده است با یکی دیگر. و اما نمی‌توانیم، و بعد نتوانستمان هم فقط به خاطر سال‌هایی که وقت گذاشتیم و این‌ها هم نیست، یک مشکلات فنی‌ای

هم آن پشت هست که اجازه نمی‌دهد که این‌ها با هم فامیل شوند، که بلدیم. این یک نمونه‌ای، مثلا می‌توانستید از این نمونه‌ها، حالا من البته بلد نیستم متاسفانه، و این اصلا حوزه تخصصی شماست، و نباید جسارت کنم وارد شوم، ولی چیزی شبیه این در ذهن من است که خیلی خوب، اعداد مثلا صحیح خیلی بی‌اندازه شبیه است رفتارشان به مثلا حلقه $F[x]$ که F یک میدان و x یک متغیر است، این‌ها زیادی به هم شبیه‌اند، حالا به دلایلی که ما می‌توانیم ثابت کنیم هر دو این‌ها نمی‌دانم PID هستند مثلا، به عنوان چیزهای ساده، تا چیزهای عمیق‌تری، که مثلا فرضیه ریمان این طرف هست و آن طرف هم هست معادلا، یکی را البته ما ثابت کردیم یکی را هم هنوز نتوانسته‌ایم مثلا، ولی همیشه آن یکی از این یکی سخت‌تر است اصولا نسخه‌هایش، ولی به طرز بی‌معنی‌ای به هم شباهت دارند این‌ها، و نباید هم این قدر شبیه باشند، دست کم من این طوری می‌فهمم شاید هم الآن دارم حرف‌های نامربوط می‌زنم، شما حتما، متخصص هم هستید، مرا تصحیح می‌کنید کاملا این‌جا. ولی این را حالا من نمی‌دانم که مثلا در نظریه‌های عریض و طویلی که الآن داریم، مثل لنگلندز و غیره، در برنامه‌هایی که داریم می‌توانیم توضیح دهیم که این‌ها چرا عین هم هستند یا نه. ولی اگر به فرض نمی‌توانستیم، تا الآن این مثلا یک سندی به ما می‌داد که از آن مثال‌هایی است که شما می‌خواهید، که ببینید تجلی، یک چیز است انصافا، آخر نمی‌شود که فرضیه ریمان این را نه ولی فرضیه ریمان آن را داشته باشیم که، عجیب و غریب است. و این همه شباهت نظریه‌ای بین این دو تا باشد، ولی چندان هم عین هم نیستند، آنالوژی است واقعا. عین هم نیستند و وقتی هم می‌رویم که آن نظریه مادر را پیدا کنیم گیر می‌کنیم، و نمی‌توانیم و این‌ها به فرض، که من نمی‌دانم و دارم همین طوری از پیش خود حرف می‌زنم و مثلا از این دست مثال‌ها. مثال‌هایی که می‌زنید همه به نظر می‌آید که یا، حالا آن تصویر عمیق و بزرگ‌تر عجیب هم نیست که باشد، مثل مثال خودتان از \mathbb{Z}^2 ، یا در مورد خزلی خب پیدا کرده است، هست، خب این هم که نقض غرض است. این را به نظرم یک مقدار باید برای من باز کنید که من بفهمم منظورتان را و فکر کنم در این باب هر چه که به عقلم می‌رسید را گفتم، به استثنای یک چیزی که باید درباره فرمالیسم بگویم.

امیرحسین اکبرطباطبایی: فرمالیسم و مقاله آقای خزلی - نکاتی هم که می‌گویید همه مصادیق، بعضی جاها به منطق، حالا من الآن نمی‌خواهم به منطق هم وارد شوم، که خواهم شد در آینده نزدیک، ولی کاری که می‌کنید این است که، بعضا حملاتی که می‌کنید حملاتی است به، هم مصادیق و هم حملات به جای منطق به فرمالیسم، و من خیلی چیز نمی‌شوم، حالا الآن با جزئیات توضیح می‌دهم که اصلا مخالف هستم با خیلی از چیزهایی که می‌گویید، به نظرم چیز نیست، درست نیست حقیقتا، یا منصفانه نیست مثلا در مواردی، و بعد در ادامه می‌گویم که اساسا ولی با هسته اصلی حرفتان موافقم، اما این‌جا، مثلا مثالی که می‌زنید از کاری که علی خزلی می‌کند، مثال کلاسیک فرمالیسم است. که شما یک فرمالیسم مشترکی پیدا می‌کنید که معمولا یک زبان مشترکی هم دارد و یک نظریه‌ای در زبان مشترک develop می‌کنید که هم‌زمان دارد درباره سه چهارتا چیز حرف می‌زند. خب این چیزی است که ما از هیلبرت به بعد بلدیم دیگر، اساسا همه مجرد بودن جبر مجرد در این باره است، این مطالعه ساختارهای مجرد در بوریایکی همین است، اصلا این گرایش ریاضیات مدرنی که درباره ساختارهای مجرد حرف می‌زند، که هم‌زمان می‌توانند معانی مختلفی به خود بگیرند، در این باره است. و بنابراین کاری که علی خزلی می‌کند، البته که من جزئیات نمی‌دانم، و نباید هم همین طوری از پیش خود حرف بزنم، ولی تا آنجایی که به توصیف شما مربوط است، یک کار معمول

ریاضیاتی است، به لحاظ فرم نه به لحاظ محتوا، آن کار سختی می‌تواند باشد یا نباشد، آن را من نمی‌دانم و باید دید. ولی آن قدری که من می‌فهمم درباره فرم، خب فرم معمول است، مگر در ریاضیات همین کار را نمی‌کنند؟ حالا نه همه، ولی خیلی کار معمولی است دیگر. شما به من ساختارهای مختلفی می‌دهید و من می‌بینم اه، این‌ها چقدر شبیه به هم است و این‌ها، یک notion تعریف می‌کنم که این‌ها را unify کند، به اندازه کافی باید تعمیم یافته باشد که از دست در نرود، ولی باید هم تعمیم یافته باشد که همه را شامل شود و بعد می‌توانم آن‌جا، اگر خیلی باهوش باشم و ریاضیدان خوبی باشم، می‌توانم آن‌جا نظریه develop کنم. شروع می‌کنم نظریه develop کردن و نظریه‌ام که تمام شد و نتایج خوبی را هم ثابت کردم، آن وقتی که می‌توانم به اندازه کافی در سطح تجرید بایستم، خب بعد یک عالم نتیجه دارم که هم‌زمان درباره همه مصادیق است. این اساساً مگر ریاضیات مدرن همین‌طوری کار نمی‌کند؟ بنابراین آن ویژه بودن کاری که علی خزلی می‌کند که به نظر شما، که تاکید می‌کنید که زبانی درست می‌کند، که کار آسانی نیست و من حتماً قبول می‌کنم این را، اما اساساً مگر کار ریاضیدان مدرن همین نیست؟ دست کم در بزرگ‌ترین اشل ممکنش که مردم کار می‌کنند در ریاضیات، ریاضیات خوب کار می‌کنند، همین کار را می‌کنند دیگر. بنابراین ویژه بودنش را متوجه نمی‌شوم راستش. چون طوری دارید تعریف می‌کنید که یک المان‌های خیلی خاصی هم دارد، یعنی خب همه از این کارها ممکن است بکنند مردم، اما این به دلیلی خیلی خاص است، حالا جز این که مسئله کلاسیکی است که باید زودتر حل می‌کردند و نکردند، و کار بدی هم کردند، و قشنگ است که یکی برود و مسئله‌های قرن ۱۹-امی را بردارد و بیاورد و با زبان مدرنی حل کند که هست، و همه این‌ها سر جایش، ولی مستقل از آن به نظر می‌رسد یک اهمیت foundational قائلید برای این، که آن را من متوجه نمی‌شوم، چون شاید نیست خب همه المان‌هایش در آن چیزهایی که می‌گویید و در ذهن دارید و همه را نمی‌گویید. به هر حال من به نظرم می‌آید که خب می‌تواند یک ریاضیات خیلی خوبی باشد که معمول است به لحاظ فرم و مردم همین کار را می‌کنند. بعد اعتراض‌هایی که این طرف و آن طرف هم می‌کنید به فرمالیسم، اساساً همه این‌هایی که می‌گویید، مردم با فرمالیسم همین‌طور حل می‌کنند دیگر، یعنی مثلاً اگر یکی می‌خواست مسئله $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$ مربوط به شما را حل کند به فرض، کار عاقلانه این بود که می‌توانست یک، اصلاً این unificationها را شما با پیدا کردن زبان مناسب و اصول مناسب و این‌ها می‌کنید، ولی این‌ها را شما استفاده می‌کنید برای حمله به فرمالیسم، در صورتی که این نقطه قوت فرمالیسم است، و من این را متوجه نمی‌شوم. مثلاً حالا الآن جای معقولی است که من وارد بحث منطق هم بشوم.

امیرحسین اکبرطباطبایی: پاسخ به حملات منطق- عرضم به حضورتان که درباره منطق یک حملاتی می‌کنید که خیلی همه جانبه است و سخت است که من همه را در ذهن داشته باشم و پاسخ بدهم. علی الاصول، خلاصه‌اش این است که من با خیلی‌هایش موافق نیستم و به نظرم زیادی توی سر منطق می‌زنید، حالا اساساً من موافق هستم که بزندها، ولی با این که m-field هم منطق است و این‌ها، من اصلاً، این خودش یک بحث مستقلی است که مثلاً می‌توانیم یک وقتی بکنیم که، من اصلاً با شما موافق هستم اگر بدین هستید و فکر می‌کنید که این منطق وظیفه‌اش پیدا کردن حقیقت بود، و این چه وضعی است که درست کرده است، اگر این را می‌گویید که نمی‌دانم این را می‌گویید یا نه، ولی به نظر می‌آید که یک چیز شبیه به این می‌گویید، من با شما خیلی موافق هستم. ولی حرفم این است که این منطق این قدر هم دیگر بد نیست، یعنی این‌طوری که شما می‌گویید، این دیگر خیلی نادان‌تر از آن‌هایی است که حتی شایسته باشد یک

field باشد برای خودش، واقعا این طور نیست. حالا توضیح می‌دهم چطور. مثال‌هایی که دارید یکی این است که، حالا آن چند ارزشی و این‌ها را باید حرف زد درباره‌اش که این که چرا دو ارزشی را می‌گیریم مبنا در منطق و خود این یک بحث فلسفی است که مردم هم می‌کنند و لزوما هم، دو ارزشی نمی‌گیرند، یعنی منطق‌های دیگری هست، ریاضیات جورهای دیگری هست که در آن ارزش‌های بیشتری هست. یعنی واقعا سه‌گانی هست و غیره، خیلی well developed نیست طبیعتا، مثل این دوگانی و خیلی هم چیز هستند، نحیف و این‌ها هستند. نه به خاطر این که احتمالا سه‌گانی اجازه نمی‌دهد، به خاطر این که ریاضیدان‌های، یا منطق‌دان‌های خیلی استخوان‌داری نمی‌روند آن کار را بکنند، به دلایل مثلا تاریخی یا چه، و این است که زور کلاسیک زیاد است، ولی شاید هم محدود ذاتی نباشد. خیلی well motivated و این‌ها نیست بجز اینکه در مثلا schoolهای فلسفی یک مقدار well motivated است ولی واقعا حقیقتا اگر ریاضیدان باشید سرخورده می‌شوید از ریاضیات و منطق و چیزهایی که آن‌ها درست می‌کنند که خیلی به نظر خیلی بازی با ریاضی و این‌ها به نظر می‌آید، برای ریاضیدان‌های خیلی جان‌دار و این‌ها. عرض به حضورتان که ولی خب بالاخره هست، یعنی به آنوری هم رفته است ولی خب همچین develop نشده است. البته مطمئن هم نیستیم که حالا اگر developed هم می‌شد، جواب آن کاری که شما دوست داشتید را می‌کرد، آن سه‌گانی‌ای که احتمالا، در تصورم این است که سه‌گانی‌ای که مدنظر شما است، عمیق‌تر از این سه تا است. و بنابراین حالا آن‌چنان چشمم هم آب نمی‌خورد، ولی به هر حال، بعد ایرادهای دیگری هم می‌گیرید که اساسی‌تر از این هستند. مثلا می‌گویید که این الآن علی خزلی را چکار می‌خواهد بکند منطق‌دان؟ خب از عهده‌اش خارج است دیگر برای این که چکار می‌کند؟ می‌آید می‌گوید خب اصل توازی را بگیریم؟ نگیریم؟ بگوییم دو تا است، سه تا است، صفر تا است؟ چگونه است؟ بالاخره یکی‌اش را که بگیریم، می‌افتیم در یکی از این هندسه‌ها، که خب این که نشد، قرار شد که تجلی‌ها را برویم بالا، همه را یک‌جا حرف بزنیم، همین کاری که علی خزلی می‌کند. که حرف حسابی است، بعد می‌گویید که اگر هم نگیریم که زیادی ضعیف می‌شود که، یعنی هیچ چیز نمی‌توانیم بگوییم و خیلی هندسه بی‌جانی می‌شود و نمی‌توانیم مثلثات مربوطه را به فرض درست کنیم، آن مقاطع مخروطی را درست کنیم. خب این چه چیزی است، این چه وضعی است؟ بعد نتیجه می‌گیرید که منطق‌دان این‌جا که رسید می‌گوید خب دیگر من هیچ چیز بلد نیستم، بدبخت شدم و نمی‌دانم باید چکار کنم. که به نظرم تند می‌روید، علت این هم که تند می‌روید این است که یک فرضی می‌کنید، آن هم این است که منطق‌دان مجبور است که در حوزه زبان شما، در همان زبانی که به او داده‌اید، مثلا خط و نقطه و غیره است بماند، در صورتی که این طور نیست و معمول هم همین نیست، کار منطق‌دان که این نیست واقعا، این کار ریاضیدان است، اما اگر قرار بود که ریاضیدانی که فرمالیسم بلد است و آن فرمالیسم را منطق‌دان مطالعه می‌کند، کاری که می‌کرد این بود که زبان مناسب را پیدا می‌کرد، اصول موضوعه مناسب را می‌گذاشت. درست است که اگر اصل توازی را بیندازیم بیرون بد می‌شود، و هر نسخه‌اش را هم که بگذارید زیادی محدود کننده است، ولی علتش این است که زیانتان یک مقدار تنگ است، زیانتان را یک مقدار گشادتر اگر بگیرید، به درستی و اتفاقا مثلثات هم تایید این است که می‌شود این کار را کرد، می‌گویید که علی خزلی می‌کند این کار را، خب آن نظریه را درست می‌کنید، و بعد آن نظریه هم‌زمان یک تعدادی مدل دارد، این چیزی است که تمام فرمالیسم درباره همین است. و خب این اصلا مصداق خیلی خوب چیزی است که، اصلا می‌گویم، منطق‌دان نمی‌کند این کار را، کار منطق‌دان نیست، ولی محدودیت نظریه‌ای که منطق‌دان مطالعه می‌کند نیست، به خاطر این که این دقیقا یکی از همان مصادیق

است، که زبان را اگر درست انتخاب کنید می‌توانید یک نظریه بنویسید و همه مثال‌هایی که دوست دارید هم آن داخل باشد، هم‌زمان درباره همه‌شان حرف بزنید و این اصلا خیلی مثال خوبی می‌تواند باشد در این که چقدر منطق نظریه‌ها را درست دارد مطالعه می‌کند، نظریه‌هایی که ما بررسی می‌کنیم اصلا از همین جنس است. مگر این که یک ویژگی خاصی مدنظرتان باشد که آن را نمی‌گذارد منطق handle بکند مثلا. بنابراین این‌جا من قبول نمی‌کنم از شما دست کم با همین قرائت، که منطق کار را راه نمی‌اندازد واقعا. این از این. یک جای دیگری یک حمله‌ای می‌کنید به منطق که می‌گویید خوب، این منطق یک اشکال دیگه‌اش اینکه چهارتا field دارد و خوب نظریه مجموعه‌هایش چیز خوب و معقول و ریاضی‌دان‌اند و این‌ها، و که هستند در معنی معمولش، که البته در معنی غیرمعمول، در معنی دیگری هم هست که نیستند اتفاقا، ولی حالا محل بحث ما این نیست، model theorist که آن هم ریاضی‌دان معقول و دانایی است و recursion theory را می‌گویید که هنوز آرد را نبیخه‌اید که الگ را بیابوینید، ولی بعد نظریه اثبات را قائلید که آخر این چیست، و می‌گویید که این‌ها زیادی جوگیر هستند و جوگیری‌شان هم این است که این‌ها خیلی اثبات دوست دارند، اثبات را خیلی جدی می‌گیرند، در صورتی که اثبات آخر این قدر هم مهم نیست، حالا نه که مهم نیست، ولی آن قدر هم مهم نیست. بعد مثال خوبی هم می‌زنید، از آدرس مربوطه که خوب دیگر شما می‌روید و یک جا را پیدا می‌کنید، آدرس دیگر از جایی به بعد محلی از اعراب ندارد. که حالا محل این هم بحثی است و این‌ها. ولی من اگر بخواهم خیلی کوچک جواب بدهم این را، خیلی هم عریض و طویل است. این است که واقعا نظریه برهان، نظریه اثبات درباره اثبات هست، ولی درباره مطالعه اثبات است. یعنی کارش این است که اثبات را جدی می‌گیرد، ولی نه آنطوری که می‌گویید، حرفش این است که می‌گوید آقا اثبات بالاخره یک موجود ریاضی هست یا نه؟ اصولا یک موجود metamathematical است، این موجود را ریاضیاتی تصور کنید، بالاخره یک چیزی است، یک دنباله‌ای از فرمول را نوشته‌اید، اثبات است دیگر، اثبات را روی کاغذ می‌نویسید و یک ساختمانی دارد، یک ناوردایی دارد، عرضم به حضورتان که، یک چیزهایی ثابت می‌شوند، یک چیزهایی ثابت نمی‌شوند، یک عوالمی دارد، یک موجود ریاضی است، همان‌طور که گروه یک موجود ریاضی است و غیره، خوب این را بنشینیم ما مطالعه کنیم، ساختمانش را، ساختارش را، یکی بودنش را، نمی‌دانم دستگاه‌های مختلف و برهان‌های مختلف را و غیره. کار نظریه اثبات این است. و این‌جا شما می‌توانید، هنوز من دوباره حمله شما را تکرار می‌کنم که خوب باشد قبول، اصلا نظریه اثبات این است. خوب بعد این چرا این قدر اثبات را دوست دارد مطالعه بکند و این‌ها؟ خوب این دلایل معقول تاریخی دارد که من الآن واردش نمی‌شوم، حالا اگر خواستید می‌توانیم آن طرفی برویم و حرف بزنیم، و دلایل تاریخی‌اش هم دلایل موجهی هم هست، و بلد هم هستید حتما با جزئیات و بیشتر از من شاید حتی که هیلبرت چرا این را علم کرد و این‌ها. و بعد اتفاقا می‌خواهد به آن مسئله سازگاری که علاقه دارید و می‌گویید سازگاری مهم است پردازد، حالا به نحوی ولی finite، به نحو محدود مثلا متناهی. بنابراین اگر بخواهم جمع‌بندی بکنم، شما باید بگویید آقا این علاقه به اثبات بی‌جاست، به خاطر این که آن علاقه به finite و این‌ها بی‌جاست، شما سازگاری را از هر دری که پیدا کنید خوب است، بس است، این همه حساسیت به اثبات چیست؟ و اثبات را اصلا، من حالا دارم گسترش می‌دهم حرف شما را، که اثبات اصلا حالا آنقدر هم موجود مهمی نیست، موجود غنی‌ای هم نیست آن قدر. این چه کاری است آخر؟ مثلا ساختارها مهم‌اند در ریاضی که در نظریه مدل هست، نمی‌دانم این‌ها مهم‌اند، همان‌طور که می‌دانیم در ریاضی مهم است و دیده‌ایم و این‌ها، اثبات یک مقدار حساسیت بی‌جاست. من حرفتان را به نظرم درست است، در معنی

معمول نظریه اثبات که چیز است، این برای کاری مناسب است، برای کار خاصی develop شده و دستش هم درد نکند، آن کار را خیلی هم خوب انجام می‌دهد، خیلی هم پیچیده‌تر از آنی است که در اول به نظر می‌رسد، یعنی واقعا کار سختی است و کارهای خیلی عریض و طویل و جالبی هم آنجاها هست که ریاضیات جدی‌ای هم دارد، ریاضیات خیلی باسماه‌ای و این‌هایی هم نیست، ولی در مقایسه با دیگران یک هواپیما به نظر می‌آید و غیر ریاضی، و با این استایل نیست و این‌هاست، که درست می‌گویید، ولی این هم باز یک قرائت محدودی از نظریه اثبات است، آنی را که معمولا می‌گویند نظریه اثبات، می‌شود این‌گونه فحش داد، ولی بزرگتر از این است حقیقتا آن پشت و آن تصویر پشت، اما خیلی خیلی خیلی خیلی هرچقدر بگویم کم گفته‌ام، عمیق‌تر از این حرف‌هاست. یعنی نظریه اثبات واقعی، آنی که در شأن نظریه اثبات باشد که بایستد در مثلا هم‌شانه نظریه مدل بایستد، یا هم‌شانه مثلا نظریه مجموعه‌ها بایستد، که این نظریه اثباتی که ما معمولا به آن می‌گوییم نظریه اثبات، نیست. آن اما در حال کم و بیش تکمیل است. مثلا چند ده سالی است، و آن اما مثلا هم‌ارز نظریه هم‌توپ می‌ایستد. خیلی نظریه عریض و طویل و عمیقی است. آن یکی دلیل باسماه‌ای بودنش این است که اثبات را خیلی محدود معنی می‌کنند معمولا. که اثبات همین است که می‌نویسند روی کاغذ. ولی اگر ما اثبات را معنی وسیع‌تری بگیریم، به عنوان حالا، آن خودش یک داستانی است که من می‌خواهم نروم داخلش، اگر لازم نیست فعلا. ولی اگر اثبات را بگیرید یک موجود عریض و طویل‌تری چیزی شبیه به witness، evidence، و بعد خب این موجودی است که calculus ی برای خودش دارد و این‌ها، و بعد می‌بینید که سر و کله آنالوژی‌های غریبی پیدا می‌شود با مسیرهای پیوسته، با تغییرات پیوسته، با اصلا تغییرات نه لزوما پیوسته، همان‌طوری که در abstract homotopy theory هست مثلا. و خیلی خیلی خیلی غیرعادی جالب می‌شود، و بعد اگر دست برداریم، در واقع حرفم این است، اگر از syntax دست برداریم، بازی جالب می‌شود. همان‌طوری که داشتیم می‌گفتم، که وقتی جالب می‌شود جبر که دست از سر این چندجمله‌ای بردارید، نه اینکه چندجمله‌ای مهم نیست و مطالعه کردنش، هست و می‌دانیم و این‌ها. وقتی که همه جبرت را شما با آن نمایش نبرید این طرف و آن طرف، جبر مجرد تعریف کنید، و شروع کنید این را آزاد کنید، که بعد خودش هر طوری دوست دارد جبر تولید کند و این‌ها. و همه‌اش نجسبند به این که این را چگونه می‌نویسید؟ تصور من دست کم این است، این کار را در نظریه اثبات اخیرتر داریم می‌کنیم، و اگر قبل‌تر می‌کردند خب الآن وضعیتش این نبود. و آن وقت اگر در آن شکل مجردش ببینید، در واقع نظریه اثبات هیچ فرقی با نظریه رسته‌ها اصلا ندارد. اساسا یک جور جانورند، یک کوچک محدودتر است مثلا. و به این سیاق خیلی خیلی موجود بزرگ‌تری است اصلا، و حتی درست‌تر است برای ریاضیات تا نظریه مدل‌ها یا نظریه مجموعه‌ها به یک معنی، که آن را هم می‌شود بعدا حرف زد. که آن‌ها آن‌چنان هم ریاضی نیستند به یک معنی‌ای، و این یکی هست. همین، حالا فعلا من دارم همه‌اش ریشه‌ها را نشان می‌دهم که جاهای مختلفی می‌توانیم برویم و حرف بزنیم، اما خلاصه‌اش این است که می‌خواهم بگویم که نه، شما دارید کم‌لطفی می‌کنید در حق نظریه اثبات، و مفهوم اثبات بالاخص، که اثبات مهم نیست، به خاطر این که اثبات، اثبات است. اثبات را اگر یک مقدار وسیع‌تر ببینید، آن وقت مهم می‌شود. مثلا این قدر وسیع ببینید که هر morphism ی در هر رسته‌ای هم یک اثبات است، به یک معنی‌ای. هر شیئی هم یک گزاره است، یک حکم است. به این معنی اگر نگاه کنید، که بعد که ما دلایل ریاضی خوبی داریم که این معنی معتبری است، و آنالوژی درستی، و همین‌طور حرف بیخود نیست، آن وقت از من احتمالا قبول می‌کنید که نه اثبات هم مهم است، ولی نه شاید آن اثباتی که روی کاغذ با نماد و این‌ها می‌نویسیم. آن یک مقدار زیادی

محدودانگارانه است مثلا. شبیه این است که بگویم که جبر مهم نیست، آخر برای این که چندجمله‌ای درجه ۲ دیگر چه دارد؟ ولی خب چندجمله‌ای درجه ۲ گرفتن همه جبر، خیلی کار غلطی است که مثلا به لحاظ تاریخی می‌شود تصور کرد که تا یک وقتی بوده اصلا این‌طور، ولی خب این باید آزاد شود از یک جایی به بعد دیگر، مگر نه؟ یک ایراد دیگری هم می‌گیرید یک جایی به hierarchy ساخت‌ها که آن هم من زیاد وارد نمی‌شوم، ولی واقعا ما داریم دیگر، مثال خوب هم می‌زنید خودتان که یک نمونه همین استقرای ترانسفینی و این‌ها است و بعد اتفاقا معادل با استقرای ترانسفینی در حوزه ساختی، همان نظریه بازگشت، که می‌گویند بازگشت ترانسفینی هم داریم و بعد اصلا ساختمان‌هایی که لزوما اصلا با ordinal ایندکس گذاری نشده‌اند و به یک معنی دیگری ساختنی‌اند و واقعا آن‌جا یک hierarchy طبیعی‌ای موجود است. البته مطمئن نیستم آن hierarchy چقدر این خواست شما را برآورده می‌کند که می‌خواهید یک hierarchy خیلی معقولی از مثلا جهان‌ها داشته باشید که داریم و ولی باید دید که شما چه می‌خواستید که، ولی آن‌طوری هم نیست که منطق خیلی کور باشد نسبت به این‌طور مسائل، اتفاقا برعکس، یعنی این‌ها اصلا گرایش طبیعی‌اش است، که اصولا هر چیزی که من پیدا بکنم این می‌رود می‌گردد hierarchy را پیدا می‌کند، نمی‌دانم، رده‌بندی‌اش می‌کند، از این چیزها دوست دارد، از این رهیافت‌های معمولی که مثلا ریاضیدان دارد، اتفاقا دوست دارد. حالا هر کدام این‌ها را، چون این‌ها بحث‌های حاشیه‌ای است دیگر و بحث اصلی ما نیست، من هم همین قدر حاشیه‌ای مخالفتم را فقط اعلام می‌کنم، ولی هر جایی که این به نظرتان، نه این خودش بامزه است، جالب است، می‌توانیم پی‌گیر باشیم و آن‌جا حرف بزنیم درباره‌اش و این‌ها. این از این! نکته کوچک آخری که مانده بود و این می‌بندد آن پنل دوم را هم. ما الان درباره آن اعتراض‌هایی که شما به منطق کردید، تا آن قدری که من یادم مانده، من سعی کردم پاسخ بدهم و بعد بگویم که اصلا مهم‌ترینشان به نظرم خلاصه کنم، این است که متهم می‌کنید که فرمالیسم، عقلش آن قدر نیست که بتواند، اولاً آن اتهامی که به منطق می‌زنید، در واقع به فرمالیسم است، فرمالیسم به معنای این که فرمال می‌نویسیم یک نظریه‌ای و نظریه develop می‌کنیم، و بعد مثلثان علی خزی است که اتفاقا مثال پیروزی فرمالیسم است به نظرم، و دست کم من نمی‌فهمم چرا. و بعد جزئیات کوچکی این طرف و آن طرف درباره hierarchy و چیزهای دیگری هم هست که من فکر کنم آنجا هم وضع این قدر بد نیست. مثلا نمونه اثبات، اثبات چیز مهم‌تری است اگر که آن قدر strict نگیریمش. عرضم به حضورتان که، این از پایان پنل دوم. من خودم هم حالا یک حرف‌هایی دارم درباره این حقیقت و این‌ها و آن پنل سوم که حالا مطمئن نیستم که الان اصلا کار خوبی است که بگویم یا نه. به خاطر این که خیلی طولانی است، و این کنترل امور، آن وقت کنترل بحث از بین می‌رود، و می‌رویم یک جای دیگر. ولی دست کم برای این که حرف زدیم، باید یک چیزی گفته باشم درباره‌اش دیگر، یعنی این‌طور که نمی‌شود. بنابراین برمی‌گردم و می‌آیم یک نکات اندکی که به عقل ناقصم می‌رسد، اضافه می‌کنم.

امیرحسین اکبر طباطبایی: درباره حقیقت- حالا قبل از این که یکم غصه ریاضیدان حقیقت‌جو را بخوریم، من یک جایگزینی که دفعه قبل ارائه دادم را هنوز می‌خواهم یک مقدار پافشاری بکنم رویش، که به نظر نقش مهمی دارد این وسط. و آن این حرکت محلی به سرتاسری، و منبع الهام هم sheaf است طبیعتا. این به نظرم واقعا راهگشاست حقیقتا. چیزی که شما می‌خواهید، هر طور که من حساب می‌کنم، اساسا یک چنین چیزی است که، حرفتان این است که، ما یک موجودی داریم که ما به این دسترسی نداریم. دسترسی نداریم را هم من توضیح می‌دهم که مثلا در مدل sheaf م چگونه است. و اما تجلی‌های مختلفی دارد، و

این تجلی‌های مختلف هم گاهی باهم جور در نمی‌آیند. یعنی نمی‌شود مثلا دوتایشان را به هم تبدیل کرد. حالا اگر مثلا یک مقدار ضعیفشان کنیم تا حدی، می‌شود مثلا $unify$ شان کرد، ولی به اندازه کافی وقتی غنی هستند، تجلی‌ها را حتی نمی‌شود $unify$ کرد. ما مثالی از این نزدیک الان. ولی بیایید فرض بکنیم یک چنین مثالی زدیم، یا دست کم از تخیلیمان استفاده می‌کنیم تا بگوییم این چنین شرایطی چطور می‌شود. من مثالی که می‌زنم، این $sheaf$ ی است که هیچ $global\ section$ ی ندارد. و بعد اما خب یک عالم $local\ section$ و این‌ها دارد. و من اما ادعا می‌کنم که این $locally$ نگاه کردن به داخل آن $sheaf$ ، در واقع $sheaf$ را به عنوان یک فضا ببینید، که به طور محلی داریم به داخلش نگاه می‌کنیم. اصلا بگذارید که وقتی حرف می‌زنیم فرمال حرف بزنیم، چرا که نه. فرض کنید f تان یک فانکتوری است از C مثلا به set که C هم یک رسته است، و اشیاء داخل C را من می‌گیرم بازها به فرض، حالا اصلا C تان را می‌توانید بگیرد بازهای یک فضایی، مهم نیست. و بعد f را، حالا اصلا بگیریم که بازها، چرا که نه؟ حالا قطعا می‌توانید یک رسته هم بگیرید، $f(U)$ که U یک بازی است را من تعبیر می‌کنم به همه توابعی که روی U است دیگر. یعنی همه دانشی که من می‌توانم به طور محلی وقتی که به قسمت U ی یک فضا نگاه می‌کنم، این‌ها تجلیات مختلف است. $f(U)$ ها هر کدام، هر کدام از این set ها، $f(U)$ تجلی‌های مختلفی هست که من می‌توانم داشته باشم و خب محلی‌اند، کوچک‌اند و غیره. حالا تصور کنید که هیچ $global\ section$ ی نداریم. اگر این‌طور باشد، یعنی آن F تهی است. که یعنی این‌که یک نظریه‌ای که در فهم من بگنجد من ندارم از کل. ناسازگار است کل. همه‌اش را بریزیم روی هم، ناسازگار است. به طور محلی معنی‌دار است، سازگار است و ما می‌فهمیم و می‌توانیم با آن کار کنیم، $globally$ اما نیست. این $formalization$ این مطلب که، حقیقتی که دنبالش هستید، در چنگ ما نمی‌آید. اما خب تجلی‌های مختلفی دارد. طبیعتا این U و V مثلا خیلی بزرگی که بگیرید، که اگر روی هم بیفتند کل فضا می‌شود، چون خیلی بزرگ‌اند، ممکن است U شما، تجلیاتی داشته باشید در U ، در V ، اما روی هم‌شان ناسازگارند. بنابراین بعضی از این تجلی‌ها را نمی‌شود با هم $unify$ کرد. ما نداریم دسترسی به آن حقیقت بزرگتر، جز این‌که می‌فهمیم که این تجلیات کوچکتری که خودمان داریم را نمی‌توانیم $unify$ کنیم. اصلا مثلا فرض کنیم که اثبات نوشتیم که نمی‌توانیم $unify$ کنیم این‌ها را. حالا یک مثال کوانتومی دارم که می‌زنم از این ولی، که مثلا مثال $real\ life$ است. این چنین پدیده‌ای است. و آن حقیقتی که ما دسترسی هم به آن نداریم، و شما الان می‌خواهید، آن $sheaf$ است. و همه آنچه که ما می‌دانیم، تجلیات هم‌زمان این‌هاست که حالا هیچ تجلی مادری به آن معنی تجلی نیست. مگر این‌که $viewpoint$ تان را عوض کنید، این آن‌جایی که من آن مفهوم ساختن را دارم عوض می‌کنم. $viewpoint$ تان را عوض کنید. این مشاهده‌های کوچک کوچک‌تان را بگویید همه را به هم می‌چسبانم و بعد می‌شود خود آن $sheaf$ و همه این‌ها روی هم، بدون آن‌که بریزمش روی هم، جدا جدا ذخیره‌اش کردم، همه تجلیات را هم‌زمان می‌بینم. این همان مثلا حکمت، بسته به اینکه، حالا چون یک شیئی را داریم مطالعه می‌کنیم، شاید به آن بگویید حکمت پارادایم یا فرآپارادایم، بستگی دارد به شما، به هر حال همان حکمت است. یعنی من وقتی که نمی‌توانم نظریه مادر را پیدا کنم، چون اصلا نیست به فرض، همه تجلی‌ها را به شکلی $organic$ جمع می‌کنم و بجای این‌که بریزم روی هم، همه اطلاعات را دارم، به کل این اطلاعاتی که دارم، در واقع، این می‌شود آن حقیقت به فرض. آن حقیقت چند پاره تکه تکه‌ای که هرکسی بخشی از حقیقت را در آینه‌ای که دستش است می‌بیند، یک این چنین جنسی من تصورم است، که باید علی‌الاصول، حسم این است که این در ذهن شما باشد. و خوب می‌شود که یک مثالی هم داشته باشیم حالا البته که نمی‌دانم اصلا می‌شود همچنین مثالی ساخت، که اصلا نشود این‌ها را جمع کرد با هم، و ما مجبور شویم که هیچ $global\ section$ ی نداشته باشیم و به همین کوچک‌ها قانع باشیم. حالا آن مثال کوانتوم را هم بگویم این وسط، که این هم عجیب نیست، یعنی این پدیده‌ای که الان مثال می‌زنم، خب اتفاق می‌افتد، و قشنگ همین $formalisation$ همین شکلی هم دارد، یعنی فقط آنالوژی نیست، واقعا همین‌طوری است که با یک $sheaf$ ی می‌شود فرمال کرد این پدیده

را، که شما مجموعه‌ای مثلا از مشاهده‌هایی دارید که یکی‌اش، دوتایش را روی هم نمی‌توانید بگذارید، به خاطر این‌که هم‌زمان نمی‌شود مشاهده‌شان کرد. و اگر این‌طور مشاهده‌شان کنید، مثلا spin الکترون را، این را پیدا می‌کنید، اگر آن‌طور مشاهده کنید، آن را پیدا می‌کنید، و خب دو تایش را هم نمی‌شود روی هم گذاشت، چون بالاخره یک دوم است یا مثلا منهای یک دوم است، ولی به طور محلی همه‌جا سازگار است. این یک‌کم هم جایی باز می‌گذارد برای آن‌که ناسازگاری اساسا، سازگاری محلی، بگذارید حرفتان را عوض کنم، از سازگاری، سازگاری محلی است که مهم است به فرض. حالا این هم این مدل جیبی من از حقیقت، و دسترسی‌های محدود ما، و خب آن حقیقت‌های پیچیده که ما را راهی نیست جز درک sheaf ی از آن، و مستقیم، این‌طور نمی‌توانیم به آن نگاه کنیم.

امیرحسین اکبرطباطبایی: ریاضیدان حقیقت‌جو - این غصه ریاضیدان حقیقت‌جو و حقیقت چیست و منطق چرا این‌قدر زورش کم است در فهمیدن حقیقت، و ریاضیدان حقیقت‌جو چرا این‌قدر بدبخت است، و اصلا آیا ما یک نظریه‌ای unified در ریاضیات می‌توانیم داشته باشیم؟ مثلا همان‌طور که فیزیکدان انتظار دارد که همه این نظریه‌های دیگری که داریم، همان‌طور که ما مثال‌های مختلفی را داریم دستی حساب می‌کنیم روی کاغذ، که یک نظریه را پیدا کنیم، شاید این‌ها هم محاسبه‌های دستی ما هستند، با این‌که نظریات بزرگی‌اند، که در واقع نظریه جهان فرم را که مطلق است، پیدا کنیم. همان‌طور که فیزیکدان می‌خواهد unified theory جهان را پیدا کند مثلا. و آیا آن مثلا دور نیست از همین حقیقت که شما می‌گویید که ریاضی‌دان باید دنبالش باشد و غیره. و بعد بدیهی است که آن‌جا شما تخصصتان باید این باشد که چطور از پارادایم‌ها، از این‌طرف به آن‌طرف بپرید و تصویر بزرگتر را ببینید. و آن تصویر بزرگتر آیا باید همان‌طور که گروتندیک می‌گوید کانونی باشد؟ همه چیز باید به طور بدیهی‌ای سر جایش بدون هیچ trick خلق شده باشد یا نه؟ و بعد حتی یک گام جلوتر، مثلا به لحاظ فلسفی هم کانونی باشد. یعنی شما فکر کنید که فهم این‌طور اتفاق می‌افتد که این داده محلی است، بعد این‌طور باید بشود، بعد توپولوژی یک چیزی باشد که باید این‌طور تعریف می‌شده است، نه به خاطر این‌که ریاضی این‌طور حکم می‌کند، به خاطر این‌که فلسفه این‌طور حکم می‌کند، که شما که می‌خواهید یک چیزی را، مثلا اگر این formalization فلان چیز در فاهمه انسان است مثلا، خب این معلوم است که نسبت به «یا» دلخواه مثلا بسته است، نسبت به اجتماع دلخواه مثلا، اشتراک متناهی. حالا از این کارها هست البته در حوزه منطق، کوچکش. همین درباره توپولوژی مثلا به فرض هست. ولی بعد عریض و طویل، من همه همه چیز را از نظریه هموتویی مثلا، تا بیابیم برویم در رسته‌های آبلی به فرض، من همه این‌ها را بتوانم توضیح دهم، که ما همه این کارها را به دلیل ریاضیاتی که انجام می‌دهیم، و این‌ها همه قابل درک است و این‌ها، ولی یک دلایل کانونی هست که آن‌ها توضیح می‌دهد که چرا این آنالوژی‌ها هست. نه فقط به خاطر این‌که این‌ها فرم‌های برآمده از یک چیز مشترکند، برای این‌که، به این دلیل که، این‌ها برآمده از motive‌های مشترکند. یک motive ی آن بالا هست، که مثلا motive فهمیدن است، motive فهمیدن مثلا متناهی است. Motive‌های این شکلی‌ای هست که این‌ها پشت همه چیز است، و بعد خب باید هم این‌طور شود. یک توجیه‌های این‌طوری‌ای می‌شود سر هم آورد. حتی برای رسته‌های آبلی به فرض. ولی احتیاج است به، یعنی یک حسی به من می‌دهد به عنوان یک منطق‌دان فسقلی، که این کار را می‌شود کرد. این کار خیلی هم پر هزینه است، ولی اصلا ما برایش نه برنامه‌ای داریم، نه سرمایه‌گذاری‌ای هست، کلی از این حرف‌ها هم می‌شود زد که من همین را خلاصه می‌کنم، کوچک و جیبی می‌گویم اینجا، که حالا اگر ان شاء الله یک وقت سر فرصت درباره این‌که حقیقت در ریاضیات، unification ی که اگر باشد، و چطور باید آن‌جا approach کنیم، و چرا الان این‌طوری است، و منطق چقدر ناتوان است در این کار، اگر هم، من حالا این‌طور می‌فهمیدم از حرف شما

که، یکجورهایی وظیفه منطق است این، چون فرایارادایم است، و چقدر در این کار ناتوان است، و اینها را هم بسیار می شود درباره اش حرف زد.

آرش رستگار: سپاس‌گزاری - چقدر ممنون از پاسخ‌های مبسوط. شما آن قدر قشنگ رقصیدید که دیگر مرا هم به رقص آوردید، من هم دارم می‌رقصم و، در آن بحث اولیه‌ای که ما شروع کردیم، برآورد من این است که آن چیزهایی که من می‌خواستم از شما یاد بگیرم را خیلی خوب یاد گرفتم و شما همه ابعاد بحث را به برآورد من تشخیص دادید، راجع به همه‌شان حرف زدید، و موضعتان را تعیین کردید، و این خیلی مهارت در بحث بالایی است، و این هم بحث سنگینی بود. عرض شود که من هم احساس می‌کنم دیگر آن مسئله اصلی اولیه‌مان، بحث اولیه‌مان الآن دیگر، هرچه کارت داشتیم دو طرف روی میز گذاشتیم. دیگر بگذار آیندگان قضاوت کنند که حالا من دقیقا چه می‌گفتم و چه می‌خواستم، و شما چه می‌گفتی و چه می‌خواستی، و آن دو تا مثال من را به نظرم شما آن نوع خاص تجربه ریاضی‌ای که در آن بود را چون ندیده بودی، آن چیزی که من منظورم بود را شما برداشت نکردی. ولی خب، چه اهمیتی دارد؟ من می‌خواستم، با آنالوژی‌ها زیاد آشنا هستم، بزرگ شده‌ام با آن‌ها، یعنی هم با این پارادایم کوانتوم و نسبیت و آقای باشلار و این‌ها، گسست معرفت آشنا هستم، هم با عرض شود، با آنالوژی بین **number field** و **function field** و این‌ها آشنا هستم و اتفاقا اخیرا هم **contribution**هایی خودم داشتم که آن آنالوژی **primes** و **knots** را خیلی توسعه دادم، طوری که خیلی از ابعاد این ارتباط و شباهت **number field** و **function field** را به نظرم آن توسعه‌ها آشکار می‌کند. راجع به آن‌ها فکر کردم، و تسلط دارم، ولی آن مثال‌هایی که انتخاب کردم که خیلی هم شخصی بود، که مثال‌های معروف و بحث شده‌ای نیست، به نظرم می‌آمد که محکم‌تر، غنی‌تر، و در آن مؤلفه‌هایی از ریاضیات بود که در ریاضیات کم کسی دیده می‌شود. و شما حالا آن‌ها بهت نچسبید، خیلی هم خوب شد، حالا آمدی آن‌ها را بگویی خوب نیست، ده تا خورشید درست کردی. و من در ادامه بحث، دیگر به نظر من اختلاف نظرهای بحث یک ذره **particular** می‌شود، مثلا دقیقا به چه می‌گوییم ساختار، دقیقا به چه می‌گوییم حقیقت، به چه می‌گوییم تجلی و این دیگر در این سیستم پینگ پنگی ما خیلی سخت می‌شود دنبال کردنش، و خب چه کاری است؟ یک بار دیگر این‌ها را صحبت می‌کنیم. و من تمرکز را می‌گذارم روی این‌که به عنوان نکات پایانی چیزهای عمیقی که از حرف‌های شما یاد گرفتم را لیست کنم. اولین و مهمترین چیزش این بود که، در حالا همه‌جا، به خصوص در این سانس آخر، شما شاید ده جا در جای‌گاهی بودید که بگویید ای بابا، تو چرا این قدر بی‌سوادی، چرا درست را نمی‌خوانی؟ و از تیزبینی‌ای که از شما سراغ دارم در این بحث، شاید صد جا هم می‌توانستی این حرف را بزنی، ولی این صد جا را حتی در دلت هم این را نگفتی، و صبر کردی تا دو جا پیدا کنی که بگویی، اِه مثل این‌که تو یک چیزی فهمیدی‌ها. و این برای من خیلی ارزش دارد، چون من خیلی از مهارت‌های شناختی دم دستی‌ای که خیلی **popular** هستند، ندارم، و برای به دست آوردن آن‌ها خیلی ورزش کردم و دمبل زدم، و آخر هم بدست نیاوردم، ولی آخر باعث شد که یکی دو تا مهارت شناختی پیدا کنم که خیلی نادر است، و اگر کسی بعضی از این‌ها را **acknowledge** کند، یا تشخیص دهد، یا **appreciate** کند، او صد بار فرصت داشته که بگوید این هیچ‌کس نیست، ولی این کار را نکرده، و دنبال یک فرصتی بوده است که بگوید: «نه صفر هم نیست، یک چیزی هست» و این برای من خیلی ارزش دارد. این یک **criteria** یک دوست خوب ماندنی است. این مهمترین چیزی که دیدم در شما، ولی چیزهایی هم، این به درد من آخر می‌خورد، چیزهایی هم در نظر هست یاد گرفتم که به درد همه می‌خورد. تمرکز را می‌گذارم روی آن چیزهایی که یاد گرفتم. برای بحث‌های آینده اسمش را بگذارم کانال سوئز،

شما مشاهده‌پذیرها را آوردید در فلسفه ریاضی، من سرخ ندارم جای دیگر. به نظر من یک بحثی بکنیم یک مقدار راجع به فلسفه فیزیک و مشاهده‌پذیرها، و من ثروت نداشته‌ام را روی میز بگذارم، و شما هم از آن ثروت‌های پنهانی که تراوش می‌کند در حرف‌هاتان، روی میز بگذارید. و بعد که یک مقداری راجع به این‌که در فیزیک بین فیزیکدان‌ها و یا ریاضیدان‌های حول و حوش چه اتفاقی افتاد، سر مسئله کوانتوم و نسبیت، و مشاهده‌پذیرها و قطعیت، بعد این‌ها را با آن کانال سوئز که صاحبش شما هستید، و من هم credit شما را تا آخر حفظ خواهم کرد، و فراموش نخواهم کرد، از طریق کانال سوئز می‌آوریم این‌ها را ثروت ریاضیدان‌ها می‌کنیم برای درک حقیقت. و این به نظرم proposal خوبی است. بعد هم به نظر من این به اندازه کافی background هست که یک مقدار که گذشت و این‌ها، در ذهن من خیس خورد، یک یا چند research proposal مشترک شاید بتوانیم بنویسیم، که آن می‌شود حالا یک‌جور ریاضیات ما. ولی در موردی که آن بحث فلسفی دسترسی به حقیقت، و ارتباطش با آن حکمت مشاهده‌پذیرها اسمش را بگذارم، این‌ها را صحبت بکنیم، شما یک زمانی را تعیین کنید که برایتان مناسب باشد آن موقع آن بحث را انجام دهیم. چون الان این بحث خیلی سنگین شد و من وقت زیادی از شما را گرفتم و من اصلاً نمی‌دانم که سبک زندگی شما اجازه همچین تمرکزی را می‌دهد، و اذیت نشده باشید و این‌ها. بنابراین، شروع آن بحث، اگر می‌پذیرید و این‌که آیا می‌پذیرید یا نه خیرش از شما. این مثال‌های خاص که اختلاف نظر داریم طوری نیست، نوش جانتان، و من سعی می‌کنم که آن، آن ده تا خورشیدی را که گفتم در بین آن نکاتی هم که آموختم در بین حرف‌های شما دیدم این‌ها را بیرون بکشم و برجسته کنم. خیلی متشکر از، از چی؟ هم‌رقصی، هم‌وازی، هم‌وازی، آن‌ها که مال قبلش بود، هم‌آوایی؟ نه. همان هم‌رقصی، این رقص مشترک، آری خیلی متشکرم. یاد چه می‌اندازد مرا؟ رقص مشترک، یکی از این سرودهای انقلابی بود که، درد مشترک بود، آری، این درد مشترک. خیلی متشکرم و ممنون، و ببخشید که من سریع صحبت نمی‌کنم و ذهنم کششش را ندارد، ولی خدا را شکر هنوز فکر می‌کنم آن چیزهایی را که شما می‌گویید و منظورتان است را می‌فهمم و چقدر شما قشنگ صحبت می‌کنید و این فقط ابعاد ریاضی و فلسفه ریاضی نیست، مهارت‌های کلامی شما فراتر از فلسفه ریاضی است، مهارت‌های کلی فلسفی است. لزوماً کسانی که فلسفه ریاضی کار می‌کنند، این‌قدر این مهارت‌هایی را که شما در صحبت دارید را ندارند، و یک ذره هم این تعریف از خود می‌شود، که شما که توانستید این‌قدر قشنگ جواب بدهید، یک ذره هم به خاطر این هست که لابد من هم قشنگ حرف زدم، و می‌توانست این‌طوری باشد که من قشنگ حرف نزنم، و بعد نشود که قشنگ جواب داد. بنابراین به ناچار این بعد تعریف از خودش هم هست. من جمله آخر را، الان آخر بحث نیست، ولی حالا جمله آخر را دارم می‌گویم، حالا این را می‌گویم، ولی بعدا آن نکاتی را که گفتم اضافه می‌کنم، که خداوند ما و شما را به جایگاه‌های نیکان برفرزد.

امیرحسین اکبرطباطبایی: کلام آخر- عرضم به حضورتان که در قسمت آخر که یک‌جورهایی هم جمع‌بندی بود، سرتاسرش پر از لطف و محبتی که دارید به من، و من بابت همه‌اش صمیمانه ممنونم، و خیلی هم دوست داشتنی و لذیذ است تعریف‌هایی که می‌کنید. و خیلی هم عالی. عرض به حضورتان که درباره این‌که، درباره این به قول شما حکمت مشاهده‌پذیرها که حرف بزنیم، درباره همین بحثی که ما کردیم، حالا باز یک جای دیگری باز محبت دارید و می‌گویید، تعبیر خورشید به کار می‌برید و من می‌خواهم همین تعبیر خودتان را استفاده کنم، یعنی قرض بگیرم استفاده کنم، که این وسط این بحث‌هایی که ما کردیم که اساساً شروع شد از این‌که یک فانکتور را کی می‌شود گفت واقعا ساختنی است، که بعد بشود پینگ پنگ کرد که کی واقعا یک فانکتوری به درد می‌خورد، چون همه فانکتورها که به درد نمی‌خورند، به آن

بهانه ما رفتیم سراغ مفهوم ساختی، و بعد این بحث حقیقت و تجلی‌های مختلفش و این‌ها. و من تعبیر می‌کنم از این بحث حقیقتی که شما این وسط، به معنی مشخصی هم به کار می‌برید، باز کردید، و بعد خب مشخص هم هست که مسئله فرعی‌ای هم نیست، و علاقه خیلی جدی هر روزتان است، من تعبیر می‌کنم از این به خورشید که آن، آن‌های دیگر همان‌طور که گفتید مسائلی است که خب مسائل فنی حاشیه‌ایی است که آمد، و خب یک بحث کوچکی هم داشتیم، و اساسا آن بحث از همان اول در واقع رفته بود سمت دیگری. و آن سمت هم سمت حقیقت است، حالا همان‌طور که می‌گویید، این مهم هم نیست آن‌قدر که حالا در این چند تا مثالی که شما سخاوتمندانه برای من تعریف کردید، من با شما موافقم یا مخالفم یا با جزئیاتش مخالفم یا چه، اساسا اصلا موافقت مخالفت من هیچ اهمیتی ندارد، ولی در این بحث مثلا، اگر به شکل کلی‌اش هم نگاه نکنیم، حالا این‌قدر هم مهم نیست. چون اساس حرف ما این‌ها نیست، ولی من می‌خواهم تاکید کنم که آن بحثی که در واقع به بهانه ساختمان سر و کله‌اش اینجا پیدا شده است را، من تصور می‌کنم که خیلی مهم است، و خیلی عمیق است، و خیلی حالا مجردتر است از آن حکمت مشاهده‌پذیرها، ولی نامربوط هم نیست. من فکر می‌کنم، بحث حقیقت، خیلی بحث مهمی است. البته این حرف این‌طوری که گفته شود خیلی حرف خنده‌داری است که معلوم است که مهم است، بحث حقیقت، بحث مهمی است. بگذارید پس *specific* ش کنم به حقیقت ریاضی، امر متعالی‌ای که ریاضیات درباره آن است و بالاخص ریاضی‌دانی که دنبال آن حقیقت است، و مثلا دنبال حل کردن مسئله خاص نیست مثلا، یا دنبال درست کردن تکنیک مشخص نیست، که همه این‌ها هم کار خوبی، مهم و گاهی بسیار سخت است، و *credit* خاص خودش را دارد. اما یک چیزی این وسط بیشتر است، حالا شما تعبیری می‌کنید به این‌که یک جور حقیقتی هست که انگار که مثلا ریاضی‌دان دنبالش است، بعد می‌گویم اشاره‌ای هم کردید و الان هم گفتیم، یک اشاره خیلی کوتاهی هم می‌کنید که خب این جور ریاضی‌دان اصولا حرفش نمی‌رود، و از این حرف‌ها نمی‌زند، چون مد نیست، چون در دسر دارد، چون اصولا الهی نگاه کردن به امور، در عصر حاضر، مد مربوطه نیست، بلکه هم برعکسش مد است، الی ماشاءالله. این در همین شکل مشخص مربوط به ریاضی‌اش که ما وقتی حرف می‌زنیم، یک جای دیگر هم می‌گویید زودتر که مثلا فرم، همان‌طور که بحث فرم می‌کنید، می‌گویید که فرم چیز مهمتر و والاتر است از آنچه که این‌جا هست و بعد این مثال آنالوژی‌ها را می‌زنید. این مثال آنالوژی‌هایی که من با آن مخالف، با قسمتی‌اش و بعد با کاربردی که به کار می‌برید، به تعبیری که من می‌فهمیدم البته، مخالفت کردم، خودشان آن‌قدر مهم نیستند که واسطه بودنشان برای انتقال یک امر مهم‌تری. و آن امر مهم‌تر همین است که، این حقیقت را، به آن معنی حقیقت دسترس‌ناپذیر را، شما چطور می‌بینید، حالا اصلا مستقل از دسترس‌پذیری یا ناپذیری‌اش. آن چیزی که ورای آنالوژی‌ها زندگی می‌کند، آن را شما چطور می‌بینید. حالا البته می‌شود که گفت که موضوع بحث، حکمت مشاهده‌پذیرها هم می‌تواند باشد، ولی یک چیز ویژه‌ای این وسط هست که من می‌خواهم تاکید کنم، که خوب است که اگر فرصت داشتید و اگر علاقه‌اش موجود بود، این را یک وقتی ادامه دهیم، ورای این حالا جزئیاتی که ممکن است مخالف یا موافق باشیم. و مثلا می‌گویید که در این مثال‌ها، البته که بعد یک جایی می‌گویید که ما خب آن مثال‌های تراز یک معروفشان را، از جمله مثلا آنالوژی بین میدان اعداد و میدان توابع و این‌ها که خب حتما واضح است که شما تخصصتان در همین است اصلا، به اضافه این‌که در جاهای دیگری از جمله مثلا در نسبیت و کوانتوم هم که می‌گویید، آن هم کاملا روشن است که اگر کسی کلا دغدغه ورای آنالوژی چیزی را نگاه کردن داشته باشد، اصولا حتما به همه این‌ها به اندازه بسیاری مسلط است و شما حتما از بقیه آن همه هم مسلط‌تر، بنابراین، من اصلا به طور پیش‌فرض، فرض نکردم که این مثال‌ها را من دارم مثلا اضافه می‌کنم به بحث

خدایی ناکرده. حرفم این است که اگر آن مثال‌های شما را من نمی‌خرم، ممکن بود البته آن مثال‌های بزرگ‌تر را هم نخرم، برای این که دارم تاکید می‌کنم که آن‌جا سخت‌تر است و باید یک چیزهایی پینگ پنگ شود. اما خود آن مسئله ساختن همان‌طور که گفتم، حالا آن‌قدر هم، همان‌طور که شما هم گفتید، خیلی مهم نیست، چیزی که مهم است، در واقع برای من، آن موقع مهم بوده است، این است که از ورای این‌ها من نگاه کنم به آنی که شما دنبالش هستید، بیرون آنالوژی‌ها، یعنی این حس را می‌دهد چیزهایی که می‌گویید، اولاً که آن درد مشترک، همان‌طور که چیزهای خوشمزه می‌گویید، این درد مشترک است و این درد مشترک هم هرگز جدا جدا درمان نمی‌شود و این درد مشترکی نیست که مردم هم داشته باشند، بنابراین وقتی می‌گویید، به گوش من هم زنگی دارد که این حرف خاصی است که، این حساسیت به بیرون پارادایم، فرای آنالوژی نگاه کردن، حالا باز هم مستقل از مثال‌هایش، این مسئله مهمی است. ولی خوب نه به عنوان method آن‌چنان معمول است، نه به عنوان دغدغه اصلاً حتی مطرح است متأسفانه، و چیز هم هست، یعنی ابعاد خیلی مختلفی هم دارد. از همین بُعدی که ما داریم حرف می‌زنیم که اصلاً یعنی چه؟ فراتر از آنالوژی‌ای که شما مثلاً مدنظرتان است، چیزی بیشتر از «فراتر از آنالوژی معمول» است. یعنی همان‌طور که مثلاً الآن هم گفتم، در واقع دارم حرف شما را فرو نمی‌کاهم به این که خوب هر وقت که ما یک آنالوژی‌ای داریم، حدس می‌زنیم که یک نظریه‌مادری هست، و می‌رویم آن نظریه‌مادر را پیدا می‌کنیم. خوب این را که حتماً هرطور ریاضی‌دان معقولی این را می‌داند، این که چیز عجیبی نیست. چیزی که عجیب است این است که من تصور می‌کنم که شما دارید دنبال چیزی بالاتر از این می‌گردید. دنبال آنالوژی‌هایی که به یک معنی به این سادگی آن‌بلا جمع نمی‌شوند، و در یک نظریه‌مادر به این وضوح نیست، یک حرف دیگری دارید می‌زنید. اینکه من فشار می‌آورم که آن مثال‌ها را قبول نمی‌کنم، برای این نیست که بگویم نه، این‌طور نگاه کردن شما از نظر من معتبر نیست مثلاً، هیچ اتفاق خاصی دارد نمی‌افتد، دنیا خیلی دنیای شیرین و ساده‌ای است، اصولاً نظریه‌ها را می‌شود unify کرد، همان‌طور که همه ریاضی‌دان‌های عزیز صبح تا شب می‌کنند و تمام. برعکس، به نظر من هم همین‌طور است، که یک چیزی بیشتر از این آنالوژی معمولی هست. خود آنالوژی اصلاً یک چیز عمیقی به ما یاد می‌دهد، و این یک چیز ظریف است که در مشت نمی‌گنجد. مثل شن، از لای انگشت‌های آدم فرو می‌ریزد. که آن را خوب است که پیدا بشود، که دربارهاش اندکی حرف زد. و این فشاری که می‌آورم این است که آن را یک‌طوری محکم‌تر، سفت‌ترش کنید که نشود فروکاستش به چیزهای دیگری که معمول است، که آن چیزهایی که معمول است، مثلاً من ادعا می‌کنم آن‌جا که شما مثالی که از unification علی‌خزلی می‌زنید، که البته که حق دارید و من جزئیاتش را نمی‌دانم، و تجربه هم یک چیز دیگری است از نزدیک دیدن و لمس کردن، گاهی حسی می‌دهد که غیرقابل انتقال است و غیره، اما باز به هر حال، اگر ما یک وقتی مثلاً به فرض، می‌خواهیم این را انتقال دهیم به یک نفر سومی، دوست داریم که چنان این را سفت کرده باشیم همه جا پیچ‌هایش را، که به نظر کاملاً قانع‌کننده بیاید که نه، چیزی حقیقتاً ورای آن چیزی که به نظر معمول است هم، هست. در آن چیزی که مثلاً ما، با این واژه البته overused حقیقت، داریم از آن مراقبت می‌کنیم. این از این! بنابراین می‌خواهم بگویم که اتفاقاً این بحث خیلی بحث مهمی است، و فقط یک اختلاف particular معمولی نیست، و اصلاً شاید اختلافی هم نیست. فقط بحثی است که باید باز شود، و من هم دارم موضع رسمی خودم را می‌گویم. بعد یک چیزهایی هم این‌طرف و آن‌طرفش می‌گویید، که آن‌ها هم مسائل مهمی است، آن‌ها هم خورشید است به تعبیر خودتان. یکی‌اش این است که دست می‌گذارید، باز با جزئیاتش من مخالفت می‌کنم، اما این مهم نیست، همان‌طور

که می‌گویید، یک کلیات عمیقی هست، کلیات عمیق یکی این است که یک مخالفتی می‌کنید با این که، که خیلی ناروشن و این‌هاست، که این منطق از عهده‌اش برنیامده، یا حتی بیشتر، نمی‌آید. یک جایی می‌گویید که اصلا تقصیر الآنی منطقدان هم نیست، از سر اشتباه است. که می‌گویید حتی کانت هم نفهمید مثلا. خب این را البته باز نمی‌کنید، اما مثلا این هم طنینی دارد به گوش من. چون این طور فکر می‌کنم من هم. حالا احتمالا در این جا یک مقدار، دلایلی متفاوت داریم و این‌ها. به نظر این طور می‌رسد اما، بالاخره این طنینی دارد. بعد در ساحت اجتماعی‌اش هم، مسئله برایتان مهم است، که این هم طنین خیلی جدی‌ای به گوش من دارد و آن این است که این مطلب هست در بیان شما که درباره بعد اجتماعی مطلب، درباره بعد اجتماعی می‌گویید که این که یک ریاضی‌دانی که، باز به یک معنی‌ای که هنوز در بحث ما روشن نیست، دنبال حقیقت است و دنبال، از type خاصی است، این مغفول واقع می‌شود در دنیای مدرن. و من اضافه می‌کنم، شما نمی‌گویید این را در صحبت‌هایتان، ولی حتما مطمئن هستم که می‌گفتید، که در ریاضیات غربی این هست، با یک style خاصی، با یک فلسفه خاصی، فلسفه ریاضی خاصی، و دنیای خاصی. باز من حدس می‌زنم ندید، که من با شما حتما اختلافاتی داشته باشیم، که کار خوبی می‌کنیم که داریم، اما یک تشخیص به نظرم واضحی است. هر کس که به اندازه کافی تیزبین باشد، که در مورد شما هستید، می‌بیند که در ریاضیات شرقی و غربی، همان طور که احتمالا روحیه‌های شرقی و غربی، همچنین فرقی با هم می‌کند، همان طور که ریاضیات فرانسوی با ریاضیات مثلا آلمانی فرقی می‌کند، یا دست کم حداقل قدیم‌تر وقتی که هر کدام یک امضایی داشتند، فرقی می‌کرده است، و مثلا من نمی‌توانم تصور کنم که گروتندیک در بریتانیای کبیر به عمل بیاید به فرض، یا در ایالات متحده حتی. تصور می‌کنم که این مهم است که از چه فرهنگی می‌آید، و این حرف عجیبی هم نمی‌زنم، حرف بدیهی‌ای است. تصور می‌کنم از این، این بعد اجتماعی‌اش هم، بعد مهمی است، بعد آموزش و دانشگاهش هم بعد مهمی است، که من فکر می‌کنم شما هم این نظرات را دارید، همان طور که می‌گویید آن وسط که الآن اینطور است، که این طور کار نمی‌کند ریاضی‌دان، حالا چه بین پارادایم‌ها حرکت نمی‌کند، چه اگر روحیه‌اش این طوری است، اصولا زیاد درباره این‌ها حرف نمی‌زند و غیره. من فکر می‌کنم که این‌ها همه خیلی خیلی مهم‌تر است از، حتی جرئت می‌کنم بگویم بحث اولیه ما درباره فانکتورها که خب ریاضی‌تر و روی زمین‌تر است. من هم البته دوست دارم که این بحث‌ها را تقریبا همیشه روی زمین نگه داریم، برای آن که پیچ‌هایش به اندازه کافی سفت باشد. اما حرفم این است که این بحث را هر وقت که فرصت داشتید، و اگر هم دوست داشتید، طبیعتا باید به نظرم صحیح است که ادامه دهیم. برای اینکه در واقع این خورشیدهای بزرگ هستند که این وسط مغفول واقع می‌شوند. و بالاخص که من با شما اساسا در بطن، ظاهرا به طرز غیرعادی‌ای موافقیم. و غیرعادی‌اش به این خاطر است که معمول نیست این طور موضع‌گیری‌های ریاضیاتی. دست کم در غرب که معمول نیست. بله این از این! من بقیه را هم، تشکر هم که کردم، بسیار بابت لطف و مهربانی‌تان، عرض به حضورتان که درباره این که درباره آن حکمت مشاهده‌پذیرها هم حرف بزنیم، که آن کانال سوئز به قول شما، هم اختیار دست شما است. ولی اضافه کنم که این حقیقت را هم در دستور کار به نظرم هنوز نگه دارید، و این نباید پایان این مباحثه باشد، اگرچه می‌شود از جزئیات گذشت و این‌ها، ولی کلیاتی هست که از کل بحث هم بزرگ‌تر است حتی، و مهم‌تر. این از این و دیگر همین، عالی!