

# چه ریاضیاتی با ارزش است

## آرش رستگار

**خلاصه:** بررسی فلسفه های علمی مختلف برای انجام دادن ریاضیات به ما می‌گوید چه ریاضیات انجام دادنی ارزشمند است. اما در اینجا ما به سوال دیگری می‌پردازیم و آن این است که چه ریاضیاتی بالذات ارزشمند است.

## مقدمه:

برای اینکه ببینیم چه جور ریاضیات انجام دادنی ارزشمند است، عمیق‌ترین فلسفه علمی فلسفه شناخت شناسانه ریاضیات است. در این فلسفه، ما ریاضیات را انجام می‌دهیم تا تحت تاثیر آن ساختار شناختی ما رشد پیدا کند. اما این‌که چه ریاضیاتی به ذات خود ارزشمند است، با فلسفه حقیقت شناسانه ریاضیات هماهنگ است. اینکه عالم ریاضیات تا چه حدی آینه خوبی برای تجلی حقایق است. حقایق عالم بالا تا چه اندازه می‌توانند در علم ریاضیات خود را نشان بدهند و چه ریاضیاتی از این منظر، حقیقت نامتر و باطنی‌تر است. اینجا مفهوم نماد حقیقی و فرق آن با نماد اعتباری اهمیت پیدا می‌کند و این سوال که آیا احکام ریاضیات می‌توانند نمادهای حقیقی برای علوم توحیدی پشت صحنه و باطنی باشند و آیا می‌توان احکام ریاضی را تاویل کرد و حقیقت اولیه پشت سر آنها را که تجلی کرده باز شناخت. در اینصورت ریاضیاتی با ارزش است که تاویل‌پذیر باشد و ریاضیاتی با ارزش‌تر است که تاویل آن به حقایق توحیدی که سرچشمه همه علوم هستند وصل شود. در پایان مثال‌هایی از ریاضیات تاویل‌پذیر و از حقایق مهمی که در ریاضیات تجلی پیدا کرده است ارائه خواهیم داد و همچنین سعی می‌کنیم ریاضیات تاویل‌پذیر را در یک کل به هم مرتبط جای دهیم که به نوعی باطن ریاضیات را تشکیل می‌دهند و می‌توان سایر ریاضیات را تجلی‌ای از این باطن گرفت.

## ۱. فلسفه حقیقت شناسانه ریاضیات

این فلسفه بر یک جهان بینی افلاطونی استوار شده است و آن این‌که لایه‌های تجرید هستی انسان با لایه‌های تجرید هستی جهان خلقت مساوق هستند. لذا لایه‌های تجرید شناخت انسان و لایه‌های تجرید شناخت جهان هستی به هم شبیه و مساوق‌اند. این بدان معنی است که برای جهان خلقت ادراکی شبیه به ادراک انسانی قائل شده‌ایم و این ادراک سرتاسری خاستگاهی است برای سرازیر شدن علوم از سرچشمه علوم توحیدی به سوی علوم عالم خاکی که کثیر و متنوع هستند. از جمله فیزیک و شیمی و زیست‌شناسی و در سر راه این تجلی و نزول، علوم توحیدی از ریاضیات می‌گذرند که از آن با عنوان حکمت وسطی تعبیر می‌شود. بنابراین ریاضیات سرچشمه همه علوم دنیوی است و و تجلی‌گاه علوم توحیدی است که از عالم بالا سرازیر می‌شوند. این جهان بینی و در واقع این شناخت شناسی مبنای فلسفه حق شناسانه ریاضیات را تشکیل می‌دهد که می‌گوید اگر به ریاضیات درست نگاه کنیم و از زاویه مناسبی به آن نظر کنیم آن را چون آینه‌ای می‌یابیم که حقایق عالم بالا در آن تجلی می‌کنند. بنابراین ریاضیات قابل تاویل است. و صورت ریاضی تجلی یافته حقیقت را می‌توان به صورت اولیه توحیدی آن بازگرداند و آن حقیقت توحیدی را شناخت و به این کار تاویل یا به اول برگرداندن می‌گویند. در این فلسفه، ریاضیات دستاویزی برای شناخت حقیقت است و نه وسیله‌ای برای رشد ساختار شناختی انسان، آنطور که در فلسفه شناخت شناسانه ریاضیات بیان می‌شود. نزد ریاضیدانانی که فلسفه حقیقت شناسانه ریاضیات معیار تحقیقات آن‌هاست، ارزش هر تحقیق ریاضی به تاویل‌پذیری و حقیقت‌نمایی آن است. و تاویل ریاضیات آن فعالیت شناختی واقعی است که انجام دادن ریاضیات را ارزشمند می‌کند. در اینجا تاویل به معنای قرآنی و عرفانی آن مدنظر است نه به معنای نشانه‌شناسی و نقد ادبی آن. در اینجا *originisation* مورد توجه ماست نه *interpretation*. تاویل چیزی مخالف و متفاوت است با تعبیر. تاویل حقیقت‌شناسی است و تعبیر نشانه‌شناسی. پس منظور ما از تاویل ریاضیات چیزی مانند نقد ادبی یا نقد سینمایی نیست. بلکه منظور چیزی مانند تفسیر قرآن یا تفسیر کتب آسمانی است. در اینجا بر آنیم که در کنار آیات آفاقی و انفسی خداوند، آیات خداوند در عالم ریاضیات نیز قابل مطالعه است.

## ۲. علم ریاضیات آینه حقایق عالم بالا

نظریه عالم کبیر و عالم صغیر افلاطون که الهام گرفته از آراء حضرت زرتشت است، بر این نکته تاکید دارد که کل جهان خلقت مانند انسان دارای ساختار شناختی است. بلکه کل جهان خلقت مانند انسان تجلی‌گاه اسماء الهی است. یعنی همانطور که انسان و جهان خلقت هر دو جسد دارند، هر دو دارای ذهن و دارای فکر و دارای خیال هستند. بلکه هر دو دارای قلب و دارای محبت و دارای الهام هستند.

بلکه هر دو دارای روح و دارای حیات و دارای ایمان هستند. بلکه هر دو دارای عقل و دارای شناخت و دارای ادراک هستند. بلکه هر دو دارای نور و قادر به روشنگری هستند. بلکه هر دو دارای هویت و دارای ذات و دارای شخصیت و دارای سرنوشت و لذا دارای اراده و اختیار هستند. سوال، این است که آیا علم ریاضیات به عنوان حکمت وسطی و علم الهیات به عنوان حکمت اولی و علم فیزیک و شیمی و زیست‌شناسی به عنوان حکمت طبیعی به عنوان یک کل مانند انسان دارای ساختار شناختی است، و تجلیگاه اسماء الهی است؟ اگر اینطور باشد حکمت که اعم از حکمت اولی و حکمت وسطی و حکمت طبیعی است هم دارای ذهن و فکر و خیال خواهد بود. بلکه دارای قلب و محبت و الهام خواهد بود. بلکه دارای روح و حیات و ایمان خواهد بود. بلکه دارای عقل و شناخت و ادراک خواهد بود. بلکه دارای نور موهوبی و شخصیت و ذات و سرنوشت خواهد بود. این بدان معنی است که، همانطور که می‌شود از عالم کبیر به عنوان یک انسان تعبیر کرد و یا بهتر بگوییم آن را به عنوان یک انسان تاویل کنیم و یا تجلیگاه اسماء الهی بدانیم و آیینه حقایق عالم بالا بدانیم، می‌توان حکمت را به عنوان یک انسان شناخت و تجلیگاه اسماء الهی دانست و آیینه حقایق عالم بالا شناخت. حکمت وسطی یا ریاضیات به همراه باطن آن یا حکمت اولی یا الهیات و به همراه ظاهر آن یا حکمت طبیعی را می‌توان ریاضیات محکم یا ریاضیات ایستاده یا حکمت ریاضی نامید و آن را آیینه حقایق بالا دانست و صاحب اراده و اختیار فرض کرد. از نتایج فلسفی این فرض این است که فاعل مختار و دارای اراده نیز باید قابل مدل سازی به زبان ریاضی باشد. این نکته‌ای است که در مکتب فلسفه ریاضی آقای حسینی در حوزه علمیه قم نیز مورد توجه و تاکید قرار گرفته است.

### ۳. تاویل در ریاضیات

در اینجا مثال‌هایی ارائه می‌کنیم که تاویل در ریاضیات چگونه باید باشد. به عبارت دیگر، سعی خواهیم کرد قسمت‌هایی از تاریخ ریاضیات را تاویل کنیم. مثلاً اینکه تاویل تفکر ریاضی معکوس پذیر است. چرا که روند تفکر معکوس پذیر است، لذا علیت فلسفی معکوس پذیر است، لذا هر حرکتی معکوس پذیر است و همان‌طور که قوس نزول وجود دارد، قوس صعود هم وجود دارد. تاویل این که سطوح و احجام را می‌توان در یک عدد خلاصه نمود، این است که ساختارهای ریاضی پیچیده‌تر را می‌توان در ساختار ریاضی ساده‌تر خلاصه کرد، که این نیز تاویل می‌شود به این که حقیقت را می‌توان خلاصه کرد. همان‌طور که افلاطون برای اعداد صورت در نظر گرفت، می‌توان ریاضیات را ترکیب حساب و هندسه دانست و می‌توان این را تاویل کرد به این که حقیقت دو وجه عقل و شهود و یا دو وجه

کلام و تصویر دارد. همانطور که دایره صلب است اما در ذات خود حرکت و دوران دارد، حقیقت نیز در عین اینکه صلب است در ذات خود دوران دارد. گاهی برای دستیابی به مفاهیم کلیدی در یک تئوری باید آن تئوری را به تئوری کلی‌تری توسعه داد. تاویل این نکته این است که گاهی برای درک بهتر یک حقیقت باید آن حقیقت را در پهنه گسترده‌تری از حقایق مطالعه کرد. این که یک مفهوم ممکن است در یک شی ریاضی خلاصه شود، تاویل آن این است که حقیقت در تجلیاتش خلاصه می‌شود. همان‌طور که ریاضیات جنبه‌های ساخته دست بشر دارد. ولی جنبه‌های باطنی حقیقی هم دارد. تاویل آن این است که حقیقت نیز جنبه‌های باطنی و جنبه‌های ظاهری دارد که این جنبه‌های ظاهری گاهی ساخته دست بشر هستند که یادآور مفهوم نماد حقیقی است. بی‌نهایت کوچک‌ها بر مبنای حقیقتی استوار شده‌اند، چرا که پیش از فرمول بندی دقیق ریاضی کاربرد پیدا کرده‌اند و مطرح شده‌اند، اما می‌توان بدون آن‌ها نیز و با کمک مفهوم حد، حسابان را فرمول بندی کرد. برای آشکار شدن وحدت ریاضی باید آن را درست فرمول بندی کرد. تاویل آن این است که حقیقت را نیز باید درست فرمول بندی کرد تا وحدت حقایق آشکار شود. یا همان‌طور که ریاضیات آزمایشگاه نظریات فلسفی است، طبیعت نیز آزمایشگاه فلسفه و ریاضیات است و این همه آزمایشگاه الهیات می‌باشند. یا اینکه حرکت عرضی تجلی حرکت طولی است و یا پیوستگی عرضی تجلی پیوستگی طولی است و مانند آن.

#### ۴. نمادهای حقیقی و اعتباری

نمادهای اعتباری نمادهایی هستند که در جامعه وضع می‌شوند و معنی آنها قراردادی است. اما نمادهای حقیقی نمادهایی هستند که بر باطن تکیه دارند و حقیقتی پشت آن‌هاست. مثل آیات الهی، مثلاً شب و روز یا خورشید و ماه. سعی داریم بگوییم در عین اینکه در ریاضیات نمادهای قراردادی که بر انتقال مفاهیم به کار برده می‌شوند فراوانند، اما در احکام ریاضی می‌توان نمادهای حقیقی بسیاری را جست‌وجو کرد که به احکامی باطنی درباره حقیقت تکیه می‌کنند. این نمادهای حقیقی در واقع تجلیاتی از حقیقت باطنی هستند و درباره حقیقت باطنی روایتی دارند و سخنی را به میان می‌آورند و حرفی می‌زنند که به حقیقت و طبیعت و ذات آن مربوط می‌شود. تجلی باطن می‌تواند به ظاهر توسط انسان انجام شود. یعنی انسان می‌تواند در ذهن خود نمادهایی را خلق کند که بر یک حقیقت باطنی که مورد شهود انسان قرار گرفته‌اند، استوار شده باشد. برای مثال، مفهوم زوج و فرد در اعداد صحیح مفهومی است که ساخته ذهن بشر است، اما بر حقیقتی استوار شده و آن مفهوم زوجیت است که حقیقتی است که در سراسر خلقت جاری است. اما مفهوم زوجیت در ریاضی نمادی است که در باطن به مفهوم زوجیت

درباره حقیقت تکیه می زند. یا مفهوم شامل بودن در مجموعه ها نمادی حقیقی است برای اینکه گاهی ممکن است حقیقتی یک حقیقت دیگر را در دل خود شامل باشد که در طبیعت نیز مشاهده می شود یا اینکه مفاهیم ریاضی را می توان با نمادهای ریاضی به نمایش گذاشت، نمادی است برای این که برای درک حقیقت نیز می توان زبان مناسب با آن حقیقت را آفرید یا خلق کرد. همان طور که ریاضیات محض بعدها می تواند کاربرد پیدا کند، ساختارهایی که در عالم عقل مستقلاً ساخته می شوند، با ساختارهایی که مطابق با مدل های طبیعی هستند مساوق اند. این ها نمادی حقیقی هستند و ساخته دست انسان. برای اینکه آنچه در عالم حقایق باعث حرکت و ازدواج حقایق می شود ما به ازای طبیعی و تجلی مادی پیدا می کند. یا همانطور که رشد عرضی ساختارهای عقلانی مستقل تجلیات ممکن است، رشد عرضی حقیقت در لایه تجرید ذات نیز مستقل از عروج و تجلی ممکن است. خلاصه این که نماد حقیقی با اینکه ساخته دست بشر است می تواند به حقیقت تکیه کند.

## ۵. توحید سرچشمه همه علوم

با آنچه درباره ی نمادهای حقیقی و اعتباری گفتیم، روشن می شود که ریاضیات و حکمت وسطی نمادی حقیقی برای علوم توحیدی و الهیات و حکمت اولی است. همانطور که علوم طبیعی مانند فیزیک و شیمی و زیست شناسی و زمین شناسی و نجوم نمادی حقیقی برای حقایق توحیدی است که ادعای ما این است که این سیر نمادین از علوم توحیدی تا علوم طبیعی از طریق حکمت وسطی یا ریاضیات اتفاق می افتد. در واقع، علوم توحیدی از عالم ذات و عالم هویت جهان هستی تجلی می کند و وارد عالم نور می شود و سپس پایین می آید و به عالم عقل و عالم ساختار ساز و ساختار شناس می رسد که مرتبه ای از ریاضیات در این لایه تجرید قرار دارد. سپس پایین تر می آید و به عالم حیات و عالم روح تنزل می کند و در این رتبه علوم حیات می یابند و سپس نزول می کنند و به عالم قلب و به عالم تقلب و دگرگونی تنزل می کنند و در این مرتبه علوم شروع به طی نمودن سیر تحول خود را می کنند و سپس تنزل می یابند به عالم نفس پایین می آیند و در عالم خیال و عالم ذهن وارد می شوند و در دسترس ذهن بشری و قوه تخیل او قرار می گیرند. سپس تجلی می کنند و به عالم جسد می رسند، یعنی در زندگی مادی بشر و در نظام عالم ماده تجلی می کنند و کاربرد پیدا می کنند و در عالم ماده واقع می شوند. لذا هر علمی دارای همین مراتب تجلی است و در ساختار آن این لایه های تجرید دیده می شود. ریاضیات هم از سایر علوم مستثنی نیست و لایه های تجریدی دارد که بین این لایه ها رابطه تجلی از بالا به پایین و رابطه عروج از پایین به بالا برقرار است و لذا ریاضیات در بواطن خود به علوم توحیدی و الهیات

وصل می شود و درباره حقیقت صحبت می‌کند. همچنان که همه علوم چنین هستند و از مشرق انوار الهی طلوع می کنند و در مغرب جهان مادی غروب می کنند و سپس توسط انسان سیر صعودی خود را از پایین به بالا طی می‌کنند. حال سوال ما این است که این لایه‌های تجرید ریاضیات به زبان ریاضیات چیستند؟ آیا برای یک ریاضیدان این لایه‌های تجرید عوالم جدید هستند که تا به حال با آنها سروکار نداشته‌اند یا عوالمی ملموس هستند که هر روز در فعالیت خود با آنها درگیرند و آنها را به کار می‌برند و با آنها آشنا هستند.

## ۶. لایه های تجرید ریاضیات

در لایه تجرید جسد ریاضیات، فرمول‌ها و نمادهای ریاضی قرار می‌گیرند. فرمالیسم هیلبرتی در این لایه تجرید ریاضی معنی پیدا می‌کند. در لایه تجرید نفس ریاضیات، مفاهیم ریاضی قرار دارند و مثل افلاطون و ریاضیات پیشینی از جنس لایه تجرید نفس هستند. لایه تجرید قلب ریاضیات، خاستگاه تحول مفاهیم ریاضی در بستر تاریخ ریاضیات است. فرمول‌بندی‌های مختلف و جدید شاخه‌های ریاضی به لایه تجرید قلب مربوطند. لایه تجرید روح که حیات ریاضی بر آن تکیه می‌زند خاستگاه فضاها، مدولی مفاهیم است که همه تحولات ممکن یک مفهوم را می‌شناسد و در نظر می‌گیرد. لایه تجرید عقل نظام اصل موضوعه‌ای ریاضیات است و ساختارهای ریاضی در این لایه تجرید معنی پیدا می‌کنند. لایه تجرید نور آشکار کننده حقیقت ریاضی است. مثلاً اصول توافقی و هندسه‌های اقلیدسی و نواقلیدسی دستاویزی هستند که حقیقت علم مثلثات را در پس پرده به نمایش می‌گذارند. لایه تجرید هویت یا ذات ریاضیات، همان جایی است که حقایق ریاضی قرار گرفته‌اند. مثل این حقیقت که هر مفهوم ریاضی هذلولوی، سهموی یا بیضوی است. که وجود هندسه‌های هذلولوی، مسطح و کروی به این حقیقت قابل تاویل است. البته خاستگاه حقایق ریاضی خود می‌تواند تاویل در علوم بالاتر و علوم الهی داشته باشد. یعنی در اسماء الهی نیز باید چیزی شبیه هذلولوی، سهموی یا بیضوی بودن داشته باشیم که در آئینه ریاضیات تجلی کرد و لایه به لایه پایین آمده تا در نهایت هندسه هذلولوی، مسطح و کروی به وجود آمده است و در زندگی روزمره کاربرد پیدا کرده است. اینکه مثلثات هذلولوی، مثلثات اقلیدسی یا سهموی و مثلثات کروی یا بیضوی به سه وجه در ریاضیات تجلی کرده است و این حقیقت ریاضی به نوبه خود تجلی و نازل یافته حقیقتی در علوم توحیدی است و به اسم الحاسب خداوند مربوط می‌شود. حال با این نگاهی که به ریاضیات معرفی کردیم، می‌توان پرسید ارزش‌های حقیقی ریاضیات کدام‌ها

هستند و چه ریاضیاتی در ذات خود ارزشمند است. به طور خلاصه، ریاضیاتی در ذات خود ارزشمند است که در شناخت ذات حقیقت بتواند کارگشا باشد و ما را به شناخت حقیقت رهنمون کند.

## ۷. مرزهای شناخت ما از ریاضیات

اینطور نیست که ریاضیدانی بر تمام لایه های تجرید ریاضیات تسلط داشته باشد. هر ریاضیدانی بر مرزهای شناخت خود تمرکز می‌کند. چون انگیزه گذشتن از مرزهای شناختی و در نوردیدن عوالم جدید شناختی در نظام ارزشی ریاضیدان در مرزهای شناختی او نهفته است. اینجاست که ارزش های ریاضیات که ذاتی است در دید ریاضیدانی که اسیر مرزهای شناختیش است شکلی شخصی به خود می‌گیرد و به زبان ساختار شناختی ریاضیدان ترجمه می‌شود. برای مثال، ریاضیدانی که مرزهای تفکرش فرمول‌ها و نمادهای ریاضی است، ناچار است ارزش‌های ریاضیات را به این زبان ترجمه کند و ریاضیدانی که با مفاهیم ریاضیات خود را مشغول شده است، ارزش‌های ریاضی را بر طبق ساختار مفاهیم فرمول بندی می‌کند. در لایه تجرید قلب، ارزش‌ها بر طبق فرمول بندی های مختلف شاخه های ریاضی تعریف می‌شود و همینطور در لایه‌های تجرید مجردتر. ارزش‌های لایه تجرید فرمول‌ها و نمادهای ریاضی باید چنان باشد که ریاضیدان را در جهت کشف مفاهیم سوق دهد و ارزش‌های ریاضیات در عالم مفاهیم باید چنان باشد که ریاضیدان را لایه تجرید تقلب و دگرگونی مفاهیم سوق دهد و همینطور الی آخر. در واقع، مفاهیم به درک بهتر فرمول‌ها و نمادها منجر می‌شوند و تنوع فرمول‌بندی‌های مفاهیم به مفاهیم کارآمدتر و روشن‌تر در درک فرمول‌ها و مفاهیم می‌انجامد. این دانش که مفاهیم به کدام سو می‌توانند حرکت کنند و به کدام سو نمی‌توانند، به درک فضای مدولی مفاهیم می‌انجامد که همه تحولات ممکن یک مفهوم را می‌شناسد. این کمک می‌کند که فرمول بندی‌های کارآمدتر و روشن‌تری یافت شوند. اما درک همه تحولات ممکن یک مفهوم نیازمند درک عمیق ساختارهای ریاضی است. اصول موضوعه‌ای ارزش بیشتری دارند که مصداق‌های بیشتر و مهمتری از ساختار را دربرگیرند. درک کارآمدترین اصول موضوعه در سایه لایه تجرید نور آشکار کننده حقیقت ریاضی ممکن می‌شود. و ارزش‌های ریاضیدان در لایه تجرید نور باید چنان باشد که شخصیت ریاضی او را به سوی درک مستقیم حقیقت ریاضی از درون سوق دهد. و همه این استانداردها و ارزش‌ها، مطالعه ریاضیات ارزشمند را شخصی می‌کند. چرا که فقط لایه‌های تجرید نیست که در این ارزش‌ها تاثیرگذار هستند، بلکه کل انسان شناسی ریاضیدان بر مطالعه او از ریاضیات ارزشمند سایه می‌اندازد.

## ۸. ریاضیات و انسان شناسی

انسان شناسی ریاضیدانان و سبک شناختی آنان نیز در شکل گیری استانداردهای ریاضیات ارزشمند در ذهن آنان تاثیرگذار خواهد بود. برای مثال، ممکن است برای سبک شناختی تصویری استانداردهای موضعی ریاضیات ارزشمند، متفاوت با سبک شناختی کلامی یا سبک شناختی ساختنی باشند. یا افراد با سبک شناختی جزء نگر و کل نگر ممکن است به طور موضعی ریاضیات متفاوتی را ارزشمند بدانند. چرا که زبان ساختار ارزشی موضعی این ریاضیدانان با هم متفاوت است. مهم این است که این ساختار ارزشی چنان باشد که ریاضیدان را به سوی حقیقت ریاضی و ریاضیات ارزشمند سوق دهد. مهم نیست محک‌های ارزش ریاضیدان کل نگرانه یا جزءنگرانه باشند و سمبلیک و نمادین در برابر تصویری و نقشه مانند باشند. مهم این است که ریاضیدان را به سوی ریاضیات ارزشمند راهنمایی کنند. در این حالت است که می‌توان گفت نظام ارزشی ریاضیات با توجه به انسان‌شناسی او کارآمد است. هر چند که نظام ارزشی هیچ دو ساختار شناختی بر هم منطبق نیست. با این حال همه‌ی این نظام‌های شناختی باید ریاضیدان را در جهت نزدیک شدن به ریاضیات با ارزش حمایت کنند. این ساختار انسانی و شناختی فرد است که نظام ارزشی او را شکل می‌دهد. در سطوح پایین شناختی نمی‌توان انتظار داشت که محک‌هایی سرتاسری از ریاضیات ارزشمند برای همه افراد جامعه ریاضی در جامعه ریاضی شکل بگیرد و این به خاطر تنوع شناختی ساختار شناختی ریاضیدانان در جامعه ریاضی است. اما آنچه اهمیت دارد این است که نظام ارزشی فرمول‌ها و نمادها باید توسط نظام ارزشی مفاهیم حمایت شوند و آن به نوبه خود توسط نظام ارزشی خاستگاه تحول مفاهیم حمایت شوند. و همین‌طور الی آخر. لایه‌های تجرید ارزش در لایه‌های بالاتر شناخت باید لایه‌های تجرید ارزش در لایه‌های پایین تر شناخت را حمایت کنند. مسائل انسان شناسانه در استانداردهای ارزشی ریاضی به طور طبیعی به مسائل تعلیم و تربیت مربوط می‌شوند. تا ارزش‌ها بتوانند از نسلی به نسل دیگر انتقال پیدا کنند. این انتقال ارزشها از نسلی به نسل بعدی کلید عمیق‌تر شدن ارزش‌ها در طی سالیان دراز است و این رمز بقای استانداردهای ارزشی ریاضیات می‌باشد.

## ۹. ریاضیات و تعلیم و تربیت

نظام تعلیم و تربیت ریاضیات در مدرسه و دانشگاه باید چنان باشد که انتقال استانداردهای ریاضیات ارزشمند را از نسلی به نسل دیگر ممکن نماید. لذا ارزش‌ها و هم استانداردهای نظام ارزشی باید کارکرد تعلیم و تربیت را در انتقال استانداردهای ریاضیات ارزشمند تأیید و تقویت نمایند. از طرفی



دست معلم و مربی برای انتقال ارزش ها باید باز باشد و از طرف دیگر معلم و مربی باید ریاضیات ارزشمند را بشناسد تا اطمینان حاصل کند تعلیمات او در نظام ارزشی، دانش آموز را به سمت و سویی درست هدایت می کند. و این کار مشکلی است. چرا که نشستن نظام ارزشی در باطن ساختار شناختی بسیار شخصی است و باید مورد به مورد مطالعه شود. مهارت انتقال ارزش ها به طور شخصی به فلسفه تعلیم و تربیت بر می گردد. برای رواج ارزشها در جامعه ریاضی باید ارزشها قابل آموزش باشند و لذا بر مهارتهایی تکیه کنند که در جامعه ریاضی عمومی هستند و اگر افراد جامعه آنها را دارا هستند، برای رسیدن به این اهداف نیاز به معلمان تربیت شده ریاضی هستند که علاوه بر آگاهی بر دانش موضوعی، روشهای تعلیم و تربیت ریاضی را آموخته باشند. بنابراین نیاز به موسسات تربیت دبیر و طراحی برنامه درسی برای چنین موسساتی هست. مسلماً این ارزشها نمی توانند از طریق پدر و مادر به فرزندان منتقل شوند. پس تنها چاره کمک گرفتن از متخصصان تعلیم و تربیت ریاضی است. متخصصان تعلیم و تربیت باید در مورد اینکه چه ریاضیاتی ارزشمند است و ارزشهای ریاضی چه هستند توجیه شده باشند و این کار فیلسوفان ریاضی است. فیلسوفان ریاضی هستند که جامعه ریاضی را به سمت و سویی هدایت می کنند و ریاضیات ارزشمند را به همگان می شناسانند. البته توجه به تفاوتهای فردی در تعلیم و تربیت ریاضی مهمترین نقش را ایفا می کند. چرا که ساختارهای شناختی مختلف در برابر روشهای آموزش مختلف عکس العملهای متفاوتی از خود نشان می دهند. اینجا این مسئله مهم مطرح می شود که ارزشهای ریاضیات اگرچه قابل تحویل به نظام ارزشی فردی است، اما نظامهای ارزشی فردی به یکدیگر تحویل ناپذیر هستند. و نمی توان از شباهت های بین فردی کمک گرفت و از ارزشهای تعلیم و تربیت یکی برای دیگران ایده گرفت. بلکه باید به طور مستقیم بر استانداردهای ریاضیات ارزشمند تسلط داشت و آنها را در هر مورد تجلی داد و نازل کرد و یک نظام ارزشی شخصی برای هر دانش آموز ساخت.

## ۱۰. تحویل ناپذیری شناخت ریاضی

ساختار ارزشی هر فردی تکیه می زند بر شناخت و ساختار شناختی و این باعث می شود همانطور که عالم شناختی هر دو نفر با هم غیر قابل مقایسه است، نظام ارزشی تجلی یافته بر ساختار شناختی ایشان اساساً متفاوت باشد. اما از آنجا که جهت حرکت نظام ارزشی بر عالمان تعلیم و تربیت ریاضی آشکار است می توان هرکسی را در مسیر کمال با خودش مقایسه کرد، با این روش محکی برای کارآمد بودن روشهای آموزشی به دست داد. روش تعلیم و تربیت این است که ارزشهایی را که

با توجه به ساختار شناختی راحت‌تر قابل دسترسی هستند، رشد داد و سپس ارزش‌هایی دیگر را بر این ارزش‌ها تکیه داد و اینطور مبنایی ساخت برای حرکت ساختار شناختی فرد به سوی ریاضیات ارزشمند این است که تعلیم و تربیت ریاضی بیش از آنکه یک علم باشد، یک هنر است. در عین حال که چارچوب‌های مشترکی برای تعلیم و تربیت ریاضی وجود دارد، اما باید هر فردی را مانند گلی جاودانه و متمایز مورد مراقبت و تربیت قرار داد. راحل ما این است که هر فردی با توجه به حرکت به سوی کمال خودش با او برخورد شود و گاهی نظام ارزشی بر طبق ساختار شناختی فرد مشخص تعدیل شود و یا در مواردی تاکید بیشتر صورت گیرد و یا حتی گاهی ارزش‌هایی بر ارزش‌های دیگر تکیه بزند که به زبان ساختار شناختی متعلم بهتر قابل فهم و قابل کسب باشد. هندسه تکیه زدن ارزش‌ها بر ارزش‌های دیگر در فردی تا فرد دیگر متفاوت است. اما همین که معلم و مربی می‌بیند که یک روش تربیتی برای فردی جواب می‌دهد و او را به سمت ریاضیات ارزشمند سوق می‌دهد، می‌تواند آن روش را به کار ببندد، در عین اینکه به دنبال روش‌های کارآمدتر و راهگشاتر جستجو می‌کند، اما نکته این است که ساختار شناختی هر فردی و دانسته‌های او عالم بی‌نقص و بی‌ضعف و بی‌تناقضی نیست و این نکته در تعلیم و تربیت نظام‌های ارزشی باید مورد توجه باشد. پس ساختار ارزشی بر عالم ناقص و ضعیفی تکیه می‌زند و نباید انتظار یک سیستم بی‌نقص و بدون تناقض از یک نظام ارزشی پیاده شده در یک فرد داشت. در واقع، محدودیت علم ما منجر به محدودیت‌هایی در نظام ارزشی که روی شناخت ما پیاده می‌شود می‌گردد. بنابراین ممکن است در نظام ارزشی ما تناقض‌هایی مشاهده شود. مثلاً ممکن است برای کسی چیزی با ارزش بی‌ارزش تلقی گردد و یا چیزی بی‌ارزش با ارزش تلقی شود که برخلاف گواهی عقل است.

## ۱۱. ریاضیات و محدودیت‌های علم ما

پس محدودیت‌های علم افراد و ساختار شناختی ایشان نتیجه می‌دهد که آراء ایشان در مورد ریاضیات ارزشمند مطلق نیست، بلکه نسبی است. لذا صلب نبودن نظام ارزشی یک کمال محسوب می‌شود. در هر نظام ارزشی نقایصی هست که برای برطرف کردن آن نقایص لازم است نظام ارزشی حرکت کند و با این حرکت خود را ترمیم کند و به سوی کمال برود. پس حرکت به سوی کمال تنها به شکل افزایشی ساختارهای ارزشی نیست. بلکه باید ساختارهایی که از قبل شکل گرفته‌اند نیز انعطاف

داشته باشند و بتوانند تغییر کنند. بنابراین نظام ارزشی باید مانند ساختار شناختی زنده باشد و به عنوان یک ساختار زنده سوار بر ساختار شناختی شود. و لذا هماهنگی و همنشینی بین این دو ساختار نیازمند ارتباط برخط بین این دو نظام و ساختار زنده است. سوال مهم این است که آیا یک ساختار شناختی مستعد کمال در کودکی قابل تشخیص است؟ با وجود این که نظام ارزشی و نظام شناختی پیوسته در حال تحول هستند، از کجا می توان یک کودک مستعد را شناخت؟ پاسخ اینکه بله یک کودک مستعد قابل تشخیص است. اما از آنجا که کمال ساختار شناختی کمال یک ساختار زنده است، نمی توان به طور قطع و یقین گفت هر کودک مستعد لزوماً در نهایت به کمال می رسد. بلکه به راحتی ممکن است یک ساختار شناختی در مسیر کمال خود منحرف شود و راه را اشتباه برود و به جایی برسد که ضد ارزشها را ارزش بداند و به ساختار شناختی ای برسد که نتواند ریاضیات ارزشمند را بشناسد. حیات ساختارهای ارزشی و ساختارهای شناختی نیازمند یک روح معنوی است که از ساختارها مجردتر است. پس ما هم روحی حاکم بر ساختار شناختی داریم و هم روحی حاکم بر ساختار ارزشی. به تایید این ارواح ما حیات شناختی و حیات ارزشی داریم و حیات ارزشی ما سوار بر حیات شناختی ماست. البته این تنها شناخته های ما نیست که محدود است. عالم ناشناخته های ما نیز محدود است. یعنی تصویری که ما از ناشناخته های خود داریم ناقص و ضعیف است و آنچه به عنوان ناشناخته می شناسیم، همه ناشناخته ها را در بر نمی گیرد و این سد بزرگی در رشد و کمال ساختار شناختی ما و ساختار ارزشی ماست. در واقع، یک نظام ارزشی که ساخته دست انسان باشد، لزوماً نمی تواند رشد در همه ابعاد ساختار شناختی را حمایت کند.

## ۱۲. ریاضیات و محدودیت های جهل ما

به خاطر نقص ما در شناخت ناشناخته هایمان، ناچاریم از خداوند در طراحی نظام ارزشی خود کمک بگیریم که به چگونگی آن خواهیم پرداخت. ریاضیدانان ناچارند از یکدیگر و ساختار شناختی یکدیگر در مورد مرز ناشناخته هایشان چیز یاد بگیرند و مرزهای ناشناخته های خود را بدین وسیله توسعه بدهند و بزرگ کنند. برای همین است که ریاضیدانان همواره تلاش می کنند تا تجربه کشف یکدیگر را بازسازی کنند. و یا لاقلاً از تجربه کشف یکدیگر چیز یاد بگیرند. از همین روست که ریاضیدانان بزرگ، وقتی ریاضیاتی را ارزشمند می دانند در آن زمینه تحقیق می کنند و چیزی به یافته های ریاضیات در آن رشته اضافه می کنند. این برای چشیدن فرآیند و تجربه کشف در آن رشته است. ریاضیدانان می خواهند با این کار با دنیای ناشناخته های ریاضی یکدیگر آشنا شوند. توسعه عالم

ناشناخته‌ها زمینه را برای رشد و توسعه عالم شناخته‌های ما نیز فراهم می‌کند. البته توجه کنید که چشیدن فرآیند و تجربه کشف دیگران به آن معنی نیست که ارزش‌های ریاضی این دو ریاضیدان قابل مقایسه است و یا نظام ارزشی آنان بر هم منطبق است. نظام‌های ارزشی تا جایی که ساخته دست انسان هستند یکتا و بی‌مانند هستند. در بسیاری از موارد، خداوند هم ربوبیت خود را با ابتلای ما به ناشناخته‌های جدیدی پیاده می‌نماید، تا با شناختن آنها دست و پنجه نرم کنیم و ساختار شناختی خود و مهارت‌های شناختی خود را توسعه دهیم و ارزش‌های شناختی خود را تحت تاثیر این فعالیت‌های شناختی متحول گردانیم. اگر ما به همه ناشناخته‌های خود دست پیدا می‌کردیم این موجب سردرگمی ما در شناخت می‌شد و باعث می‌شد از خود کمالاتی را انتظار داشته باشیم که به هیچ وجه آمادگی کسب آن کمالات را نداریم و ریاضیاتی را ارزش بدانیم که به هیچ وجه آمادگی زندگی ریاضی بر طبق آن ارزش‌ها را نداریم. برای مثال، یک جبردان نمی‌تواند با ارزش‌های ریاضی یک آنالیز دان زندگی کند و یا یک ترکیبات کار نمی‌تواند با ارزش‌های ریاضی یک هندسه دان زندگی کند. چرا که یک طرف عالم ریاضیات را گسسته می‌بینند و طرف دیگر عالم ریاضیات را پیوسته می‌بینند و ارزش‌های ریاضیات پیوسته با ارزش‌های ریاضیات گسسته یکی نیست. همینطور ارزش‌های ریاضیات هندسی و تصویری با ارزش‌های ریاضیات جبری و فرمال برابر و قابل مقایسه نیستند. نه تنها این اختلاف دیدگاه در شاخه‌های مختلف ریاضی دیده می‌شود، بلکه هر دو نفر نگاه متفاوتی به ساختار ارزش‌های ریاضی دارند.

### ۱۳. مقایسه ناپذیری ارزش‌های ریاضی

گفتیم که ساختار ارزشی زنده است و تحول پیدا می‌کند. و لذا نه تنها ارزش‌های دوفرد مقایسه پذیر نیستند، بلکه ساختار ارزشی آنها نیز مقایسه ناپذیرند. چرا که ساختارهای ارزشی قابل مقایسه باید در یک مرتبه از رشد و شکوفایی باشند. در تاریخ تعلیم و تربیت بچه‌هایی بوده‌اند که بسیار در ریاضیات رشد کرده‌اند، اما به عنوان یک بزرگسال یک ریاضیدان معمولی بودند و هم بچه‌هایی بوده‌اند که در ریاضیات از خود استعداد خاصی نشان نمی‌دادند، اما به عنوان یک ریاضیدان بزرگسال بسیار موفق بوده‌اند. اینکه یک فرد در بستر زمان چه ارزش‌هایی را شناخته است یک مسئله است و اینکه روح او فراتر از بستر زمان مستعد کسب و درک چه ارزش‌هایی است مسئله دیگری است. شاید ما بتوانیم کمالات و ارزش‌های یک فرد ریاضیدان را در بستر زمان بشناسیم، ولی این که استعدادهای نهفته در روح یک ریاضیدان را بشناسیم کاری خدایی است و از دست بشر ساخته نیست، اینجاست که متخصص تعلیم و تربیت ناچار است از ساختار شناختی خود فانی شود و از نظام ارزشی خود دور شود

و به کمک شناخت الهی که از نزد خداوند به او موهبت می شود به شناختی دست پیدا کند که الهی است و انسانی نیست و بدین وسیله بتواند ارواح مستعد ادراک ارزش‌های حقیقی ریاضی را بشناسد. نظام ارزشی که در دسترس چنین متخصصی است الهی است و ساخته دست انسان نیست و لذا یک نظام ارزشی جهانی است و برای همگان قابل پیاده سازی است. اما راهی را باید پیمود تا برای دریافت این نظام ارزشی آماده شد و این راه برای هر فرد متفاوت است. با این وصف نگاهی جهانی به ارزش‌های ریاضی و ریاضیات ارزشمند معنی دارد. ادراک و شناخت این نظام جهانی، احتیاج به طی کردن مقدماتی دارد که هر کسی در هر مرتبه از رشد شناختی آماده ادراک آن نیست. اما چنین انسانی فرای آن ریاضیدانی است که ما هستیم. چنین ریاضیدانی یک ریاضیدان الهی است. شناخت او شناخت الهی است و ریاضیاتی که انجام می‌دهد ریاضیات باطنی و حقیقی است. اینجاست که باید در تمایز بین ریاضیات انسانی و ریاضیات الهی سخن بگوییم.

#### ۱۴. ریاضیات انسانی و ریاضیات الهی

پس آنچه تا به حال گفتیم در صورتی است که بخواهیم نظام ارزشها در ریاضیات را از دیدگاه انسانی بررسی کنیم و تفاوت‌های ساختارهای ارزشی را بر عالم پایین استوار کنیم. می‌توان ساختارهای ارزشی را از دیدگاه الهی بررسی کرد و آن بدین معنی است که چون نظام شناختی به وحدت رسید و فانی شد و از خود بی خود گردید به شناختی دست می‌یابد که آن را شناخت الهی یا شناخت توحیدی می‌گوییم و از اینجا تازه راه شناخت حقیقت ریاضی و شناخت حقیقت از طریق ریاضی و شناخت اسما الهی و شناخت علوم توحیدی باز می‌شود. رساندن شناخت به مرتبه فنا کار عالمان تعلیم و تربیت است و یک هنر است و بعد یاد گرفتن ارزش‌های الهی ریاضیات یک علم است. و کار عالمان موحد یا ریاضیدانان موحد است. ریاضیات برای چنین ریاضیدانی یک علم ایستاده است نه یک علم خوابیده. علم ایستاده به این معنی است که لایه‌های تجرید مختلفی دارد و همه‌ی علم از یک جنس تجرید نیست. ریاضیدان موحد در عین اینکه حکیم الهی است و به حکمت اولی می‌پردازد، حکیم ریاضی است و به حکمت وسطی می‌پردازد و همزمان حکیم طبیعی است و به حکمت طبیعی می‌پردازد. چنین حکیمی هم فیلسوف است و هم ریاضیدان و هم به علوم طبیعی و جنبه‌های کاربرد ریاضی می‌پردازد. از این رو چنین حکیمی ریاضیدان موحد یا صحیح‌تر بگوییم عالم موحد خوانده می‌شود که در جامعه وظایفی دارد که باید بر طبق آن رفتار کند و حقوقی بر گردن اوست که باید آن‌ها را پاس بدارد و خدماتی از او برمی‌آید که شایسته است آن خدمات را به جای آورد. خوشا حال کسانی که این وصف شناخت آنها باشد.