# نگاه شناخت شناسانه به تاریخ ریاضیات

**آرش رستگار**

**دانشگاه صنعتی شریف**

**خلاصه**

در نگاه شناخت شناسانه تاثیر ریاضیات بر ساختار شناختی ریاضیدان و همچنین پیشرفت ریاضیات از دیدگاه شناختی در طی تاریخ ریاضیات مورد مطالعه قرار می گیرند.اینکه هر نظریه ریاضی چگونه ریاضیدانان را دانا تر می کند وشناخت ایشان را به پیش می برد به طوری این پیشرفت در حل مسائل خارج ریاضیات ودرک مفاهیم غیر ریاضی نیز سودمند افتد. با این وصف تاثیر تاریخ ریاضیات بر رشد شناخت بشر مورد مطالعه قرار می گیرد.

**مقدمه**

این ادعا که رشد شناختی ریاضیات، محور رشد شناختی بشر است، ادعای بی مایه ای است. اما اینکه رشد شناختی ریاضیات تنها یک تجلی از رشد شناختی بشر است و نه بیشتر یکسره درست نیست. بی شک ریاضیدانان نقش مهمی در رشد شناختی بشر داشته اند و در بسیاری موارد این اثرگذاری توسط تاریخ ثبت شده است. مثلا می دانیم که مفهوم ساختار از ریاضیات به علوم انسانی وارد شده است و ابتدا در زبان شناسی و سپس در جامعه شناسی به کار برده شده است. یا تاثیر مفاهیم فضا و زمان نیوتنی در زندگی روزمره بشر و کاربرد مستقیم آن به سادگی آشکار است. در حالی که پس از صد سال هنوز فضا- زمان نسبیتی هنوز وارد مفاهیم زندگی روزمره عامه مردم نشده اس، نمی توان گفت عصر انیشتن حامله مفهوم فضا- زمان بوده و انیشتن آن را متولد کرده است.

با این حال این طور هم نیست که هیچ کس در حول و حوش کشف چنین نظریه ای قرار نگرفته بوده است. با این حال تاثیر شناختی نظریه نسبیت بر نگاه ما به دنیا را نمی توان نادیده گرفت. تاثیری که هنوز همگانی نشده و فرهنگ زندگی روزمره را در خود حل نکرده است. از این حیث می توان گفت به نوعی فلسفه و ریاضیات از زندگی روزمره بشر جلوتر هستند و شاید با این معنی بتوان گفت فیلسوفان و ریاضیدانان به نوعی فاعل بسیاری از تحولات بشری به خصوص تحولات شناختی ایشان هستند. در اینجا نگاهی شناخت شناسانه به تاریخ ریاضیات خواهیم داشت تا ببینیم نقش ریاضیدانان چه بوده است.

**۱-افلاطون**

روش اثبات ریاضی توسط تالس و فیثاغورس ابداع شد. اما تفکر اصل موضوعه ای تا زمان ارسطو به تعویق افتاد. افلاطون در انسان شناسی فلسفی خود عالم صغیر و عالم کبیر را دارای یک ساختار دانسته بود و برای هر دو ادراک قائل شده بود وجسم و روح و نفس مستقلی برای هرکدام قائل بود. البته این نظریه را از حضرت زرتشت گرفته بود. دلایلی وجود دارد که حضرت زرتشت را با حضرت ابراهیم یکی بگیریم . لا اقلی می دانیم که زرتشت از بابلیان بود و نامش ابراهیم بوده . شاید از نسل حضرت ابراهیم بوده باشد. ایده ایزومرفیسم در ریاضی شاید از همینجا آمده باشد. البته تشابه مثلث ها نزد تالس دانسته شده بود. اما بعید می دانم از

همین یک مفهوم بتوان ساختار ریاضی و ایزومرفیسم ساختارها را در حدی ساده هم استخراج نمود. شمارش مجموعه ها خود به نوعی ایزومرفیسم است. چه به این معنی است که بین همه مجموعه های با تعداد مساوی می توان تناظر یک به یک برقرار کرد. پس مفهوم شمارش عدد به نوعی تساوی یا ایزومرفیسم ساختارهای شمارشی را در خود دارد. تساوی اشکال و اینکه اشکال مساوی طول های متناظر مساوی و زوایای متناظر مساوی دارند در مصر باستان و در تمدن بابل برای محاسبه مساحت و حجم به کار می رفت. اما به سختی می توان مفهوم تساوی را با مفهوم ایزومرفیسم یکی گرفت. ایزومرفیسم به این معنی است که دو ساختار یکی نیستند ومساوی نیستند اما می توان آنها را مساوی فرض کرد و با تقریب این تساوی مورد مطالعه قرار داد. این مفهوم مبنای مدلسازی ریاضی قرار گرفت که قدم اول آن توسط ارشمیدس برداشته شد که قانون اهرم را معرفی کرد و قرقره ها را مورد مطالعه قرار داد. البته تالس از مثلث های مشابه برای محاسبه ارتفاع اهرام ثلاثه استفاده کرد و مصری ها از مدلسازی هندسی برای بازسازی زمینهای کشاورزی که به علت مد رود نیل نیاز به مرزکشی داشتند استفاده کردند. اما قانون اهرم یک فرمول ریاضی بود که کاربرد زندگی روزمره داشت و شاید حتی بتوان گفت که بیش از یک مدلسازی ریاضی بود چون راجع به طبیعت نیرو نیز حرفی برای گفتن داشت. با این همه هرچند نمی توان افلاطون را مشخصاً مسئول ظهور مفهوم ایزومرفیسم در ریاضیات دانست اما انسان شناسی فلسفی او به ما می گوید که او یقیناً این مفهوم را می دانست. از این رو این مرحله از کشف شناختی بشر را عصر افلاطون می نامیم.

## ۲-ارسطو و اصول موضوعه

ممکن است گمان کنید که اقلیدس پدر نگاه اصول موضوعه ای به ریاضیات است. اما باید گفت که پیش از اقلیدس نگاه اصول موضوعه ای به مبانی هندسه وجود داشته است و ارسطو صاحب صورتهای دیگری از اصول موضوع توازی بوده است. البته جاودانگی کتاب اصول اقلیدس مورد مناقشه نیست. اما این کار به نوعی جمع آوری و یکسان و هماهنگ سازی نگاه فلسفی به ریاضیات در زمان اقلیدس بوده است. اما این ارسطو بود که مبانی منطقی را چید و کتاب شاهکار منطق خود را به جا گذاشت. بلکه نظریاتی در فلسفه علم بنا کرد که منجر به نگاه اصل موضوعه ای در ریاضیات شد. اهمیت این نگاه بر ریاضیدانان آنچنان که باید آشکار نبود تا اینکه گاوس و بولیایی ولباچفسکی نشان دادند که اصول دیگری غیر از اصل توازی نیز ممکن است سازگار باشند. و آنجا تمام قدرت اصل موضوعه سازی و ساختار سازی توسط این اصول موضوعه به ظهور رسید. ارسطو اعتقاد داشت که روش اثبات ریاضی که از تالس و فیثاغورس به یادگار مانده بود ما را وادار می کند تا از بدیهیات و اصول اولیه ای نظریه خود را شروع کنیم که آنها را بدون اثبات می پذیریم. وگرنه تئوری پردازی ما منجر به دور یا سلسله نامتناهی می شود. اما مسلما در ذهن کلامی ارسطو روی از مفهوم مدل ریاضی برای اصول موضوعه وجود نداشته و دوهزار سال طول کشیده تا بشر این قدم کوتاه اما نابدیهی را بردارد. اینکه یک تئوری ریاضی را بتوان در مصادیق مختلفی به کاربرد بارها در ریاضیات مورد استفاده قرار داده اند. اما مفهوم مدل برای اصول موضوعه فراتر از کاربردپذیری ریاضیات است. مفهوم فرضیه سازی در نظریه پردازی که مهمترین قدمها در رشد شناخت بشر است یادگار منطق ارسطو و روش علمی ارسطو است. هرچند نقش مهم تمدن یونان در رشد شناخت بشر غیرقابل انکار است اما باید به یاد داشت که چکیده دستاورد های تمدن ایران ، تمدن بابل و تمدن مصر توسط تالس و فیثاغورس در دسترس تمدن یونان قرار داشته است. قدم بعدی توسط ارشمیدس در اسکندریه برداشته شد که آن هم متعلق به همان برهه تمدنی است. بنابراین پس از عصر ارسطو نوبت به عصر ارشمیدس میرسد که بی گمان یکی از بزرگترین ریاضیدانان تاریخ بشری است.

## ۳-ارشمیدس وسریهای نامتناهی

ارشمیدس با قانون اهرمها اولین قدم در کاربرد ریاضی برای فهم بهتر طبیعت را برداشت اما آنچه مورد نظر ماست خلاقیت دیگری است که او برای محاسبه مساحت محصور با خم سهمی برداشت و آن استفاده از بی نهایت های کوچکها و روش افناء بود. بدین وسیله او نه تنها راه را برای بینهایت کوچکهای لایبنیتز و فلسفه او باز کرد، بلکه سریهای نامتناهی را مطرح کرد و راه را برای بسط تیلور توابع مشتق پذیر هموار کرد.پیش از ارشمیدس تنها جمع متناهی عدد برای ریاضی دانان متصور بود و پارادوکس زنون نشان می داد که راه شناخت ریاضیدانان به مفهوم بی نهایت بسته بود. ارشمیدس اولین کسی بود که یک مجموع نامتناهی با حاصل متناهی را تصور کرد. در واقع، نزد او حاصل جمع یک مجموع نامتناهی نتیجه یک فرایند حد گیری و نیز به نوعی یک ایده آل سازی بود. لذا می توان گفت ارشمیدس مفهوم حد را نیز هم زمان وارد شناخت بشر کرد. ایده ال سازی پیش از ارشمیدس هم سابقه داشت. مثلا مفاهیم خط، نقطه ، صفحه همه حاصل ایده ال سازی بودند. اجسام افلاطونی نیز همه حاصل ایده ال سازی بودند. اما ارشمیدس ایده ال سازی را در صحنه مجموعهای نامتناهی به کار برد. این ایده که یک شکل یا قضیه را پیوسته دگرگون کنیم و انتظار داشته باشیم در حالتهای حدی نیز صحیح باشد، قرنها بعد توسط پاسکال ارائه شد. بسیاری از ایده های اصلی حسابان پس از ارشمیدس توسط بهاسکارا در هند ابداع شد. لذا عصر بی نهایت کوچکها را به ارشمیدس نسبت می دهیم و برای نیوتون و لایبنیتز انقلابی شناختی در نظر نمی گیریم. هرچند که روش حسابان از مهمترین روشهای حل مسئله است که توسط ریاضیات مطرح شده است. البته این روش مسبوق به خلاقیت دکارت در جبری سازی هندسه است. عصر ارشمیدس برای میوه دادن نیازمند عصر دکارت بود تا مفهوم فضای دکارتی که از هر طرف بی نهایت بود به عنوان مدلی برای فضا به کار رود. دکارت این اصل را مطرح کرد که اگر جسمی با سرعت ثابت حرکت مستقیم الخطی داشته باشد در صورتی که مانعی مزاحم حرکت او نشود تا بی نهایت به این حرکت مستقیم الخط ادامه خواهد داد و برای درست بودن چنین اصلی او نیاز به فضای نامتناهی داشت و برای همین او نجوم بطلمیوسی را که در آن فضا متناهی بود، برچید و نجوم دکارتی را بنیان گذاری کرد.

**۴-دکارت و روش جبری**

روش جبری دکارت قدمی رو به جلو برای کلامی کردن کل ریاضیات بود. دکارت با ایده هندسه تحلیلی خود که به تحقیقات خیام تکیه داشت، تمام هندسه اقلیدسی را قابل فرمولبندی به زبان جبر نمود. این مقدمه ای بود برای هندسه جبری و هم برای فرمولبندی کلامی کل ریاضیات. عقل محض دکارت شهود هندسی را به تمامی بلعید و از آن خود کرد. پیش از دکارت بسیاری از ریاضیات را نمی شد توسط نمادها و سمبلها به دقت ریاضی بیان کرد، اما دکارت این کار را ممکن ساخت. دکارت مقدمه حکومت سبک شناختی کلامی بر کل تمدن بشری را فراهم آورد. البته سالها طول کشید تا شهود هندسی در برابر فشار تفکر کلامی سر خم کند و به ادراکی درجه دوم تبدیل شود. نمی توان گفت دکارت منطق ارسطو را بالا برد و روش اصول موضوعه ای را محکم کرد. چرا که این هر دو در هندسه اقلیدسی به قدرت به کار می رفتند. بلکه باید اذعان کرد که دکارت فلسفه جدیدی را پایه گزاری کرد که حل هر مسئله ریاضی قابل ترجمه به حل یک معادله حبری باشد. می توان گفت دکارت قدم بعدی را بعد از خورازمی برداشت که روش جبری را ابداع کرد. و می توان گفت روش جبری دکارت منجر به فرآیند فرمالسازی ریاضیات در قرن نوزدهم و قرن بیستم گردید. روش جبری دکارت استاندارد های جدیدی برای اثبات قضایا فراهم کرد که به اهمیت روش علمی ارسطو در تاریخ علم و تاریخ تمدن بشری بود. شاید بتوان گفت که تفکر الگوریتمی خوارزمی و تفکر الگوریتمی در عصر اطلاعات پیشینه و پسینه روش جبری دکارت بودند. تاثیر این نگاه فرمال و الگوریتمی بر شناخت بشری روشن و آشکار است و بسیار شبیه به منطق ارسطویی و به نوعی ادامه آن است. روش فرمال و الگوریتمی اخیر به معنای جدیدی به کار برده می شود که به آن یادگیری ماشین یا یادگیری ماشینی یا یادگیری الگوریتمی می گویند. بسیاری از نوآوری ها در تکنولوژی به این نوع یادگیری

مربوط می شوند. هوش مصنوعی تحت تاثیر این الگوریتم ها به موفقیتهای چشمگیری رسیده است. نظریه یادگیری ماشین لزوما صورت منطق ارسطویی ندارد و الگوریتم را از منطق جدا می کند. هرچند برای طراحی چنین الگوریتم هایی نیاز به منطق برنامه ریزان هست. شاید بتوان گفت زبان های کامپیوتری هم به نوعی ادامه روش جبری دکارت هستند. اگر این قول پذیرفته شود ، دکارت به شخصیت بسیار مهمی در تمدن بشری مبدل خواهد شد ونقش بسیار مهمی بر دوش او گذاشته خواهد شد.

**۵-گالوا و تقارن**

گالوا تقارن ریشه های چند جمله ایها را در نظر گرفت و مفهوم گروه تقارنها را بیرون کشید. نمی توان گفت مفهوم تقارن ها پیش از گالوا وجود نداشته . حتی در زمان افلاطون اجسام افلاطونی به علت تقارن های خود اهمیت داشتند و مفهوم گروه تبدیلات توسط لایبنیتز استفاده شده بود که تحت تاثیر تحقیقات ابن هیثم درباره عدسی های نور بود و می توان گفت مفهوم هندسی تقارن به نوعی در گروه تبدیلات وارد می شود . اما اینکه تقارن ها تشکیل گروه می دهند و گروه به عنوان یک ساختار ریاضی قابل مطالعه است ایده ای بود که گالوا به میان نهاد. حتی آبل هم که هم زمان همان مسئله حل ناپذیری معادلات درجه پنجم را حل کرده بود این مفهوم را بیرون نکشیده بود.گروههای متناهی تنها ساختار ریاضی نبود که گالوا از این مسئله بیرون کشید. بلکه نظریه میدانها و همینطور میدان های متناهی توسط گالوا از این نظریه بیرون کشیده شدند. بنابراین میدان که به نوعی ساختار عددی است و گروه نا آبلی که به نوعی ساختار هندسی است، اولین مثال های مجرد ساختار بودند که در ریاضیات ظاهر شدند. مفهوم ساختار از ریاضی وارد زبان شناسی و از آنجا منتقل به جامعه شناسی و سایر علوم انسانی شد که به این روند اشاره کردیم. می توان گفت مفهوم سیستم در شناخت بشری بیرون کشیده از همین مفهوم ساختاری است که البته سالها طول کشید تا به پختگی خود برسد. مفهوم تابع به عنوان ماشین ورودی و خروجی هم نوعی سیستم است که بعید می دانم در قرن شانزدهم تا هجدهم چنین برداشتی از مفهوم تابع معمول بوده باشد شاید حتی در قرن گالوا نیز چنین تعبیری بعید بوده باشد. مفهوم سیستم یک مفهوم قرن بیستمی است. هرچند مفهوم ماشین در قرن هجدهم بعد از موتور بخار شکل گرفت .کسی به اهرم یا قرقره یا پیچ تا پیش از آن ماشین نمی گفت. این نگاه امروزی است که همه این ابزار ها را ماشین تصور می کند. نگاه ما به ابزار امروز به شکلی شده است که شخصیت مهندسی ارشمیدس و داوینچی را به عنوان مخترعان مهمی در تاریخ بالا می برد . مشابه مدرن آن شخصیت تسلا است که قبله آمال و آرزوهای مهندسان عصر ماست. ایده تقارن نقش مهمی در مفهوم بشری زیبایی نیز داشته اشت که در هنر بسیار خود به نمایش گذاشته شده است. صورت مجرد آن استفاده از تقارنها در کاشیکاری اسلامی است که به نوعی صورت ساده ای از مفهوم سیستم را در خود داراست.

**۶-گاوس و مفهوم عدد وساختار عددی**

گاوس اعداد صحیح مختلط رابه عنوان یک ساختار به کار برد و با حلقه اعداد صحیح مقایسه کرد. اینجا بود که مفهوم ساختاری عدد ظهور کرد. درست است که نظریه میدانها قبلا توسط گالوا ارائه شده بود، اما قضیه اساسی جبر بود که اعداد مختلط C را به عنوان میدانی با اهمیت تر از میدان اعداد حقیقی مطرح کرد . میدانهای موضعی و میدانهای سرتاسری ، حلقه اعداد صحیح میدان های اعداد و به طور کلی نظریه اعداد مدرن و همنهشتی و بعد نظریه حلقه ها و جبر مجرد همه از کارهای گاوس آغاز شدند. اما آنچه مورد تاکید ماست در اینجا مفهوم ساختار عددی و مفهوم عدد است.گاوس ما را به فهم این نکته که عدد خود نیز یک ساختار ساده است رهنمون کرد. گاوس ما را به فهم آیه کل شیء احصیناه عددا نزدیک کرد. یعنی با ساختارها می توان همه چیز را احصاء کرد و شمارشی کرد و کنترل کرد و حسابرسی کرد. همانطور که عدد می تواند پیوسته تغییر کند ، ساختار هم می تواند پیوسته تغییر کند و این مقدمه ای بود برای فهم این حقیقت که خود حقیقت هم می تواند پیوسته تغییر کند. و اسماء

الهی پیوسته تغییر کنند. این تاثیر شناختی بزرگی می تواند داشته باشد و آن درک نسبی بودن ادراک بشری است. انیشتن این درس را از گاوس گرفت و وارد فیزیک کرد و به جرأت می توان گفت که نیوتن این نکته را نمی دانست. نظریه میدانهای توابع و نظریه میدانهای اعداد و دیکشنری بین این دو حاصل همین دستاورد گاوس بود.گاوس مفهوم ساختار هندسی را نیز در کنار ساختار عددی مطالعه کرد و هندسه دیفرانسیل را پایه گذاری کرد. اما نقشی که ریمان در مفهوم فضا داشت، چیز جدیدی بود که فراتر از مفهوم ساختار بود. اما گاوس می دانست که هم عدد هم شکل به نوعی ساختار هستند و همانطور که می توان اعداد را کنار هم گذاشت و ساختار آن را مطالعه کرد اشکال را هم می توان کنار هم گذاشت و بررسی کرد ولی این فکر او تا آنجا پیش نرفت که فضا را به عنوان یک عالم هندسی یا حتی یک عالم فیزیکی مورد مطالعه قراردهد. برای مثال مفهوم فضای با خمیدگی ثابت برای این مطرح شد که در یک عالم فیزیکی برای آن که جابجایی اجسام صلب ممکن باشد لازم است که خمیدگی فضا ثابت باشد. گاوس پیش از این به مسئله هندسه فضا واینکه اقلیدسی است یا هذلولوی یا کروی اندیشیده بود.

**۷- ریمان و مفهوم فضا**

مفهوم فضا به نوعی با مفهوم عالم یکی است، البته عالم از نوع هندسی آن. عالم یعنی چیزی که خدا به آن علم دارد یا چیزی که علامت خداوند است در فلسفه دین بسیار قدیمی است اما به عنوان یک عالم برای زندگی یکسری ساختارهای ریاضی توسط گاوس و ریمان مطرح شد. گاوس ساختار عددی و ریمان ساختار هندسی را مورد مطالعه قرار دادند. یک رویه ریمانی به عنوان فضایی برای زندگی ژئودزیکها و ساختاری هندسی که از بر هم نهی فضاهای موضعی بدست می آید مطرح بود. البته این نگاه معنی جزء به کل مفهوم فضاست. مثلا فضا به عنوان یک فضای مدولی مثل فضاهای افکنشی پیش از ریمان مطرح بود . اما ریمان چندان به این فضاها تنوع بخشید که انجام دادن فیزیک روی یک خمینه دلخواه محصول آن بود. قبل از ریمان کسی روی فضای افکنشی سه بعدی فیزیک انجام نمی داد . در واقع این کلاین بود که اولین بار روی فضای افکنشی متریک طبیعی گذاشت. پیش از ریمان یک فضای هندسی لزوما متریک نداشت و مفهوم فاصله در آن معنی نداشت. این ایده تاجایی پیش رفت که انیشتن دگردیسی متریک فضای فیزیکی را مطرح کرد. و هامیلتون آن را وارد ریاضی کرد و منجر به اثبات پرلمان از حدس پوانکاره از طریق نظریه هندسی سازی ترستون شد. هنوز نگاه سرتاسری به یک ساختار عددی یا یک ساختار هندسی که از برهم نهی اجزاء حاصل نشده باشد جلب توجه می کند که چرا به مفهوم ساختار وسپس به مفهوم سیستم قرابت داد. اگرچه سیستم هم از اجزا درست شده است، اما مفهوم سیستم در سایه کل نگری به اجزاء مرتبط با هم به دست آمده است. فضا هم چیزی مانند اکوسیستم است که موجوداتی ریاضی در آن زندگی می کنند و با هم ارتباط دارند و می توان این ارتباطات را با هم مطالعه کرد. این نگاه باز به مفهوم فضا در نظریه ریسمان به شدت مورد توجه قرار گرفت . فیزیکدانان فیزیک خمینه های مختلف را یک به یک مورد مطالعه قرار می دهند و با هم مقایسه می کنند و از این طریق به درک بهتری از مفاهیم فیزیکی می رسند. در ریاضی- فیزیک هم سعی می کنند روی خمینه دلخواه مکانیک را پیاده سازی کنند که آن هم به درک بهتری از مفاهیم فیزیکی منجر شده است . این بحث تحقیقات دکتر شهشهانی را به خاطر من می آورد که درباره حل معادلات دیفرانسیل مرتبه دو روی خمینه دلخواه بحث می کرد.

**۸- کلاین و گروههای گسسته**

کلاین به خاطر برنامه ارلانگن شناخته شده است. هرچند که اولین کسی است که برای هندسه هذلولوی یک مدل سازگار ارائه کرد و به نوعی مفهوم مدل سازگار ریاضی برای یکسری اصول موضوعه از آن کلاین است، اما این داستان مربوط به عصر ارسطواست. عصر کلاین مشخصه اش در نظرگرفتن فضای هندسی همراه با گروه تبدیلات آن است. از دیدگاه کلاین، یک هندسه با گروه تبدیلاتش مشخص می شود. مثلا هندسه اقلیدسی باگروه تبدیلات خطی و هندسه افکنشی با گروه تبدیلات افکنشی

مطالعه می شود. در واقع از دیدگاه کلاین، هندسه فضا با تقارنهایش مشخص می شود. سپس کلاین فضا را بر زیرگروهی به طور گسسته برفضا عمل می کند تقسیم کرد و فضاهای خارج قسمت را مطالعه کرد. با این کار کلاین اولین کسی بود که مرفیسم بین فضاهای خارج قسمت را مطالعه کرد. با این کار کلاین اولین کسی بود که مرفیسم بین فضاهای هندسی را مطالعه کرد. توجه کنید که نگفتم مرفیسم بین اشکال هندسی . چه این مفهوم شاید نزد ریمان وجود نداشت. هرچند ریمان هم با فضاهای هندسی کار می کرد. اما ریمان ارتباط هندسه دو رویه ریمانی را که به هم نگاشته می شوند را مطالعه نکرد. اگر هم اعتقاد دارید ریمان چنین کرد چنین مرفیسمی را با خارج قسمت تحت عمل یک گروه تبدیلات تعریف نکرد. اما چرا این کار کلاین یک قدم شناختی در تمدن بشر بود؟ کلاین درواقع گفت که می توان یک پارادایم فکری را به یک پارادایم فکری دیگر نگاشت و با هم منطبق کرد. در اینصورت، ساختار یکسان بسیاری از پارادایمهایی به ظاهر متناقض قابل آشکار شدن است. مثلا با اینکه دیو در ادیان هندو مقدس است و دیو در ادیان ایران باستان پلید تصور می شود و شاید این نکته عمدی هم بوده است تا این دو تمدن خود را از یک دیگر متمایز کنند. اما می توان مفهوم دیو را به مفهوم فرشته نگاشت و بعد دید که از بسیاری لحاظ ساختار ادیان هندو با ساختار ادیان ایران باستان منطبق است. در واقع دیو شناسی هندی همان فرشته شناسی ایرانی است. اینکه ساختار پارادایم های فکری را مطالعه کنیم هدیه ای است که کلاین به بشریت داد. در سایه کلاین است که شاخه های چون جامعه شناسی دین ظهور کردند که دین را از دیدگاه جامعه شناسانه مطالعه می کنند. کلاین و لی مطالعه گروههای تبدیلات را بین خودشان تقسیم کردند. کلاین به مطالعه گروههای تبدیل گسسته پرداخت و لی به مطالعه گروههای تبدیلات پیوسته که در بخشهای بعدی به این نکته خواهیم پرداخت.

**۹-کانتور و نظریه مجموعه ها**

بهشت کانتور یا همان نظریه مجموعه ها، قرار بود مبانی ریاضی را نجات دهد که سر آخر با پارادوکس راسل این تلاش کانتور به طور فلسفی شکست خورد. درحالی که همه جای ریاضیات قدرتمندانه حضور دارد. کانتور در مفاهیم تناظر یک به یک و بینهایت شمارا و ناشمارا تحت تاثیر عرفان روسی یا عرفان ارتودکس مسیحی قرار داشت. بنابراین هیچ تعصبی وجود ندارد که تحقیقات او در ریاضیات قدمی شناختی برای بشریت برداشته باشد. اصل پیوستار و این نکته که اصل پیوستار تصمیم ناپذیر است از نتایج مهم نظریه مجموعه هاست که حتی از قضایای گودل که امکان وجود احکام تصمیم ناپذیر را نشان می دهند مهم تر است. در واقع کانتور به ما می گوید که تفکر پیوسته و تفکر گسسته از حقیقتی سرچشمه نگرفته اند یا حقیقتی نیستند بلکه این شناخت ماست که می تواند پیوسته یا گسسته باشد. این شناخت ماست که می تواند تصویری یا کلامی باشد. این شناخت ماست که می تواند کل به جزء یا جزء به کل باشد .حقیقت هیچکدام از این صفتها را ندارد. این یعنی ما حقیقت را به زبان شناخت انسانی می شناسیم. اما شناخت فرا انسانی حقیقت هم ممکن است. انسان می تواند زندان شناخت خود را بشکند و از آن خارج بشود و حقیقت را به زبان خود حقیقت بشناسد. انسان می تواند چیز دیگر فراتر از انسان شود. اینها همه دستاورد های کانتور نبودند، اما کانتور راه را  برای چنین دیدگاهی باز کرد. شاید کسی بگوید گودل صاحب همه این دستاورد هاست نه کانتور. البته نقش گودل محفوظ است. اما گودل پاسخ هیلبرت بود که تلاش کرد همه ریاضیات را اصل موضوعه ای کند و مبانی ریاضیات را این طور نجات دهد و گودل کسی بود که گفت این کار امکان ندارد. اما گودل قضیه خود را با یک گزاره ساده و ملموس ریاضی اثبات نکرد. اما فرضیه پیوستار یک گزاره ساده و ملموس و تاویل پذیر فلسفی بود. البته به  تاویل شناختی کار گودل هم خواهیم پرداخت و اهمیت شناختی قضایای گودل و تاثیر آنها بر شناخت بشریت را مطالعه خواهیم کرد. کانتور از عرفان و مابعدالطبیعه

الهام گرفت و این نشان می دهد که بسیاری از ایده های بشر نه تنها از طبیعت بلکه از ماوراء الطبیعه نشات می گیرند و لذا شناخت مادی نیست و شناخت مادی تنها شناخت بشر نیست

**۱۰-براوئر و ریاضیات ساختنی**

براوئر را پدر ریاضیات ساختنی می دانند، اما در واقع پدر ریاضیات ساختنی اقلیدس بود. اقلیدس بود که هر قضیه هندسی که ثابت می کرد با خط کش و پرگار شکل آن را می ساخت و در واقع ثابت می کرد آن مسئله وجود خارجی دارد. شاید بتوان گفت افلاطون پدر ریاضیات تصویری و ارسطو پدر ریاضیات کلامی و اقلیدس پدر ریاضیات دست ورزانه است. شاید هم باید گفت به سادگی این سه سبک شناختی بشری هستند که چون رودخانه هایی موازی در جریان هستند در سرتاسر تاریخ ریاضیات بوده اند و درست نیست کسی را پدر سبک شناختی بشر بدانیم. تا ابزار بوده ساختن هم بوده و تا دیدن بوده تصویر هم بوده و تا زبان هم بوده کلام هم بوده است. در هر حال تاکید براوئر بر علیه قضایای وجودی اما نه ساختنی مثل قضیه مقدار میانی پس از ظهور عصر کامپیوتر شکل بسیار جدی به خود گرفت. ریاضیاتی که کامپیوتر می داند همان ریاضیات ساختنی است و نه ریاضیات وجودی. ریاضیات وجودی به درد اثبات قضایا و احکام ریاضی می خورد نه به درد محاسبه. وحقیقت این است که اثبات و استدلال ریاضی ساخته ذهن بشر است و بر حقیقتی استوار نیست و حقیقتی نیست. اما محاسبات و ساختن ریاضیات حقیقتی است. ثابتی که بشر می تواند آن را تا چندین رقم اعشار محاسبه کند حقیقی است و نمی تواند ساخته ذهن بشر باشد. .متوجه هستم که در باره اعداد $\pi$ و $e$ سخن می گوییم . به خاطر همین حقیقت است که از ظهور این اعداد در فرمولهای ریاضی بسیاری اوقات شگفت زده می شویم. .مثلا چرا باید مجموع معکوسات مربعات اعداد طبیعی به عدد $\pi$ ربطی داشته باشد؟ اما چه درسی براوئر به شناخت بشری داد؟ این که شناخت حقیقی و مجازی دارد. بعضی شناخت ها اعتباری است و بعضی شناخت ها حقیقی و هر دو برای بشر ممکن است. اما باید بشر بین این دو فرق بگذارد. یعنی هرکس باید بداند کدام شناخت حقیقی و کدام شناخت اعتباری هستند. کدام احکام ریاضی ساختنی و کدام احکام ریاضی وجودی هستند.کدام استدلال ها محکم و کدام استدلال ها ضعیف هستند. کدام مفاهیم حقیقی و بیرونی وکدام مفاهیم ساخته ذهن بشر و درونی هستند.که البته پاسخ به همه این سوالها به هیچ وجه کار ساده ای نیست.

**۱۱-راسل و پارادوکس مجموعه همه مجموعه ها**

راسل به مفهوم مجموعه حمله کرد و به نوعی اهمیت مجموعه مرجع را مطرح کرد. این که ما نمی توانیم با ایده ال سازی های ذهنی بی حد و حصر مفهوم سازی کنیم و برای این مفهوم سازیها حد و مرزی باید وجود داشته باشد و دریک عالم قابل ادراک مفهوم سازیهای خود را به واقعیت بپیوندیم و مطمئن شویم عالمی وجود دارد که در آن شناخت ما سازگار است. چون سازگاری یک ساختار شناختی یک چیز و واقعی بودن و صدق آن چیز دیگری است. اینکه گزاره های یک ساختار در یک عالم فرضی بتواند صدق کند و هماهنگ باشد و عاری از تناقض باشد به همان اهمیتی است که صدق و واقعیت گزاره های ما در دنیای واقعی اهمیت دارند. چرا که در حقیقت هرکسی در عالم صدق گزاره های ذهنی خودش زندگی می کند. شناخت بشر اینطور است که از پشت حجاب ساختار شناختی است. البته این حجاب قابل برداشته شدن است. عالمی که حقیقت در آن صدق کند و بین همه مشترک باشد البته که وجود دارد. تاریخ بشریت یکسری برداشتهای شخصی نیست که روی هم انباشته شده باشد و در ذهن افراد وجود داشته باشد، بلکه واقعیت خارجی و بیرون ذهنی دارد. هرچند هر شناختی به فراخور خود از آن برداشت می کند وعالمی را درون خود می سازد که شایسته است این عوالم درونی و شخصی نیز بدونه تناقض باشند. درست است که مفهوم مجموعه ساخته ذهن بشر است، اما راسل می گوید که اگر با مجموعه مرجع و زیر مجموعه های آن کار نکنیم ممکن است مفاهیم تناقض آمیزی در کار

ما وارد شوند. این به دقت ریاضی ما و به صحت شناخت ما صدمه وارد می کند. این نکته هیلبرت را برآن داشت تا نظامی اصل موضوعی ای و بدونه تناقض برای ریاضیات ارائه کند. در واقع هیلبرت تناقض اصول موضوعه را مستقل از صدق و عدم صدق آن در عوالم فرضی دانست. یعنی هیلبرت اعتقاد داشت یک نظام فکری خود متناقض بدونه اینکه در عالمی صدقش بررسی شود، باید تناقض خود را آشکار کند و یک نظام فکری خود پذیر و بدون تناقض باید بتواند بدون اینکه در یک عالم خاص صدق آن بررسی شود صحت خود را به اثبات برساند. برای هیلبرت و راسل ریاضیات آزمایشگاهی برای شناخت حقیقت بود . این توصیف لایق لایبنیتز ، دکارت ، کانت ، براوئر ، گودل و بسیاری از فیلسوفان ریاضی است.

### ۱۲- هیلبرت و ریاضیات فرمال

فرمالیسم هیلبرت نگاهی به ریاضیات بود که در دنباله تلاش در اصل موضوعه سازی ریاضیات صورت گرفت. به نوعی در ادامه تفکر جبری دکارت و شاید حتی مربوط به نگاه الگوریتمی به ریاضیات بود که در عصر کامپیوتر اوج گرفت. نزد هیلبرت، ریاضیات مجموعه ای از محاسبات فرمال است. این نگاه می تواند ذیل نگاه براوئر به ریاضیات قرار گیرد. این حرکت بعد از دکارت در جهت توسعه کلامی و حکومت ریاضیات کلامی بر ریاضیات تصویری است. هیلبرت تلاش کرد همه ریاضیات را بر اصول حساب استوار سازد و همه چیز را بر مفهوم عدد صحیح سوار کند و این کار را بوسیله محاسبات فرمال به انجام برساند. اما تاثیر شناختی نگاه فرمال به ریاضیات چه بود؟ در پی این رویکرد نگاه فرمال به کلام و زبان روی کرد و بسیاری از زبان شناسان که کلامی بودند ادعا کردند تفکر بشر صرفا کلامی و ضمنا فرمال است. این نگاه به شناخت از مفهوم استعاره که مفهومی تصویری در کلام بود خالی بود. در عصر ما "منین" ریاضیدان روس برنقش استعاره در زبان ریاضی و در دقت ریاضی تاکید کرد. در واقع این گودل بود که نشان داد فرمال سازی و اصل موضوعه سازی ریاضیات ممکن نیست. همواره حکمی تصمیم ناپذیر وجود دارد که خود حکم یا نقیض آن می توانند به عنوان اصول موضوعه جدیدی در نظر گرفته شوند و هر دو سازگارند. ضمنا نشان داد که گزاره های صادق لزوما اثبات پذیر نیستند و این ضربه ای محکم به نظام فکری بود که توسط ارسطو بنیان گذاشته شده بود. گودل خود منطق دان بود و در ریاضیدانان کلامی به شمار می رفت، بزرگترین ضربه را به برنامه کلامی سازی ریاضیات و منطق توسط دکارت ، لایبنیتز و هیلبرت زد. نتیجه این شکست این بود که بشر دانست شناخت فرمال نیست. بلکه باطنی هست که شناخت ظاهر بر آن باطن تکیه می کند. بلکه شناخت از باطن به ظاهر سرازیر می شود. امروز رویکرد های در فلسفه شناخت باب شده اند که فرض می کنند که شناخت اصولا ماوراء الطبیعه است و براساس عالم ماده قابل فرمول بندی نیست. این هدیه است که در واقع گودل به بشریت ارائه کرد که عصر هیلبرت یا عصر فرمالسازی تفکر را به پایان رسانید و نگاه معنوی به حقیقت را دوباره زنده کرد و اینگونه شناخت بشر را احیا نمود.

### ۱۳- گودل و ریاضیات اصول موضوعه ای

مفهوم گزاره تصمیم ناپذیر ارمغان گودل به بشریت است این مفهوم تاویل مهمی دارد و آن اینکه حقایق و قوانین از پیش تعیین شده ای رشد و تکامل نظام شناختی بشر را کنترل می کنند و مسیر تکامل شناختی بشر از پیش تعیین شده است و اینکه انسان در نهایت چه تعریفی خواهد داشت توسط خالق ثابت گردیده است را زیر سوال می برد. در واقع می گوید انسان در تعریف اینکه انسان چیست اختیار دارد و می تواند مسیر انسانیت را مختارانه به سمتی که می خواهد هدایت کند. و انسان را دوباره تعریف کند. و این عواقب بزرگی در فلسفه دین دارد. چرا که نگاه سنتی در فلسفه دین این است که انسان را خدا تعریف می کند و اختیار انسان محدوده و حدودی بسیار تنگ دارد. اما در این نگاه نو انسان می تواند چیستی خود را دستخوش تغییر کند و نظام ارزشی خود را دگرگون کند و یا درجهت های مختلفی تعالی بخشد . و یا حتی بشریت فرقه فرقه شوند و نظامهای ارزشی متناقضی را

پیش بگیرند و این نظامهای ارزشی با یکدیگر رقابت یا حتی مبارزه کنند و بعضی بر بعضی پیشی گیرند. بنابراین وقتی با عقیده ای نو مواجه می شویم می توانیم بپرسیم مبانی شناختی این عقیده نو کدامند و به چه نظام ارزشی شناختی استوار شده اند . در حالت خاص، می توان پرسید این عقاید بر چه انسان شناسی و بر چه تعریفی از انسان استوار شده اند و این در واقع همان روش انسان شناسی ریاضی و شناخت شناسی ریاضی است که توسط راقم این سطور در فلسفه بنیان گذاری شده است. این روش بر این اساس استوار شده است که آراء ساختار شناختی و ساختار انسان را از گفته های یک فیلسوف یا متفکر بیرون بکشیم و بعد به موضوعاتی که او به آنها نپرداخته است ارائه کنیم و ببینیم چه جوابهایی برای چنین انسانی متصور است. این تکلیف را در باره ۳۰ متفکر در تاریخ فکر بشری از کنفوسیوس تا هایدگر در کتاب رهیافتی انسان شناسانه به فلسفه علم و فلسفه تعلیم و تربیت به انجام رسانده ام. از محصولات این برنامه تحقیقی، شکاف عظیمی است که بین انسان شناسی فیلسوفان مسلمان می توان یافت و باید آراء هریک را تحت سایه انسان شناسی خودشان مورد مطالعه قرار داد.

**۱۴- لی و نظریه نمایش گروهها**

نظریه نمایش گروههای لی چیزی مانند مطالعه نشستن خمینه ها در فضاهای آفین است. اینکه گروههای تقارن چگونه می توانند به عنوان تقارنهای فضاهای برداری در نظر گرفته شوند مورد مطالعه است. البته این نظریه بعد از هریشچاندرا به مطالعه نمایشهای نامتناهی بعدی گروههای تقارن انجامید که به نوبه خود انقلابی دیگر است. چرا که به برنامه لنگلندز و هم به فیزیک ذرات بنیادی انجامید که انقلابهای بزرگی در ریاضیات و در فیزیک در پی داشت. آنچه لی در نظر گرفت، نظریه نمایشهای متناهی بعدی یک گروه تقارن پیوسته بود. از نظر لی بررسی تمام نمایشهای یک گروه لی اطلاعات فراوانی از گروه لی را در خود ذخیره می کند و به دست می دهد. این به نوعی مطالعه همه ساختارهای خارج قسمت یک ساختار داده شده به عنوان زیر ساختاری از یک ساختار ساده تقارنی یا خانواده ای از چنین ساختار ها می توان تصور شود. یک تاثیر شناختی این نظریه این است که یک نظام فکری پیچیده را می تواند با تمام ساده سازیهای آن که دریک نظام فکری خاص می نشیند بررسی کرد. درواقع این کار لی مقدمه ای برای ظهور نظریه رسته ها توسط آیلنبرگ و مک لین بود که سر آخر منجر به ریاضیات گروتندیک شد که به آن خواهیم پرداخت. برطبق این نظریه شناختی ، یک ساختار پیچیده شناختی را می توان با مطالعه همه ساده سازیهای آن شناخت (تنها یک ساده سازی) و این مانند مطالعه یک نظریه از وجوه مختلف است. می توان مفاهیم یک نظریه را به مفاهیم یک نظریه ساده تر نگاشت و این تصویر را مورد مطالعه قرار داد. برای مثال می توان برای مطالعه اسلام این دین را از دیدگاه تمدنهای مختلف مورد مطالعه قرار داد. مثلا اسلام چینیان و اسلام آسیای جنوبی و اسلام هندی و اسلام پاکستانی و اسلام عرب و اسلام اسپانیایی واسلام اروپایی و اسلام آمریکایی را مقایسه کرد و در مسیر مقایسه این ساده سازیها حقیقت دین اسلام را شناخت. آن حقیقتی را شناخت که فراتر از فرهنگ هاست. می توان گفت مطالعه نمایش های بی نهایت بعدی باز به مطالعه خانواده ای از نمایشهای متناهی بعدی باز می گردد که قابل تاویل به همان شکلی است که پیش از این در مورد آن سخن گفتیم.

**۱۵-انیشتن و دگردیسی متریک**

در مورد اینکه انیشتن اولین کسی بود که در مورد دگردیسی فضا صحبت کرد پیش از این نکاتی را گفتیم. در مورد تاثیر شناختی نگاه کل نگرانه به مفهوم فضا نیز صحبت کردیم. اما اینکه در واقع این فضا زمان است که متریک آن دگرگون می شود نور مسیرش در فضا- زمان ژئودزیک است به ما می گوید حتی تاریخ تحول حقیقت دستخوش تغییر است. مسیری که حقیقت شکل می گیرد و تغییر شکل می دهد تحت تاثیر تحولات ساختار شناسی بشر ممکن است تحول پیدا کند. یعنی مثلا تاریخ بشریت در قرن بیستم هرگز منطبق بر تاریخ تمدن بشری در قرن نوزدهم نیست واین به خاطر چیزهای بیشتری است که می دانیم، بلکه به

خاطر تحولی است که در ساختار شناختی بشر حاصل شده است. و البته قرن بیست و یکم هم نگاهی متفاوت به تاریخ بشر خواهیم داشت. آنچه فضا –زمان را تغییر می دهد اجرام سنگین و آنچه تاریخ بشریت را تغییر می دهد انسانهای سنگین هستند. مثلا فلاسفه بعد از دکارت همه در سایه دکارت و فلاسفه بعد از کانت همه در سایه کانت هستند. تاثیر گذارتر از فلاسفه پیامبران هستند که وحی خداوند به ایشان نگاه ما به بشریت و تحول تاریخ بشری را تغییر می دهد و این نگاه نزد حضرت موسی و پیروان او با این نگاه نزد حضرت محمد و پیروان او متفاوت است. چراکه انسان شناسی اسلامی با انسان شناسی یهودیت تفاوت دارد. همانطور که انسان شناسی کانت با انسان شناسی دکارت متمایز است. بنابراین مهم است تاریخ بشری در هر عصری مبسوط بررسی و مطالعه شود و کتب تاریخ تمدن به عنوان اسناد فراتاریخی برخورد نگردد. چرا که این کتب خود در بستر تاریخ جریان دارند و خواننده های اعصار متفاوت برداشت متفاوت از محتوای آن خواهند داشت. بنابراین سیرتحول حقیقت همیشه یکسان به نظر نمی رسد و تاریخ تحول انسان نزد بشر اعصارمتفاوت به گونه های مختلفی فهمیده می شود. محاسبات ریاضی نسبیت خاص پیش از او توسط پوانکاره انجام شده بود، اما برداشت فیزیکی که انیشتن از این محاسبات کرد از پوانکاره پیشگام تر بود و به درک جدیدی از مفهوم زمان و نسبیت آن منجر شد. در واقع، ما از فضا زمان انیشتن آموختیم که درک هندسه حقیقت باید با درک تحول این هندسه در کنار هم انجام شوند.

### ۱۶–وایل و کشف پوزیترون

محاسبات مربوط کشف پزیترون را دیراک انجام داد، اما این ویل بود که گفت این محاسبات به معنی کشف ذره ای جدید به نام پزیترون با بار مثبت است. بلکه وایل چنین تعبیر کرد پوزیترونها همان الکترون ها هستند که در جهت منفی زمان حرکت می کنند. اینکه کشف پوزیترون به وایل نسبت داده شد برای دیراک بسیار شک آور بود، چون همه محاسبات لازم را او انجام داده بود. دیراک می گوید که فرض وجود پوزیترون فرض ساده ای بود ولی نیاز به تایید فیزیکی داشت. در واقع ، اعلام کشف پوزیترون می گوید برای کشف یک ذره نیاز به تأیید فیزیکی نیست، بلکه تأیید شناختی کفایت می کند. برای مثال، برای اثبات اینکه شیطان وجود دارد نیاز به مشاهده شیطان نیست بلکه تجربه شناختی بشر تایید می کند که چنین مفهومی وجود دارد. و یا برای اثبات اینکه آخرت وجود دارد و قیامت اتفاق می افتد، نیاز به مشاهده ظاهری آن نیست. بلکه تجربه شناختی بشر تایید می کند که چنین اتفاقی با دیگر ادراکات بشر هماهنگ و بدون تناقض است بلکه با مشابهت بین عالم صغیر و عالم کبیر در نظر گرفتن عالم کبیر قیامت تایید می شود. لازم نیست که حتما قیامت تجربه شود تا مورد باور قرار بگیرد. و این قدم بزرگی در شناخت بود. چرا که حتی نظریه نسبیت تا توسط آزمایش تایید نشد پذیرفته نگردید. اکنون پس از صد سال سه آزمایش گرانشی طراحی شده است که نسبیت را تا پنج رقم اعشار تایید می کند. اما قدم هرمان ویل این بود که تایید شناختی وجود پوزیترون با وجود اینکه در جهت منفی زمان حرکت می کند برای اثبات وجود آن کفایت می کند. به عبارت دیگر وجود هر چیز دیگری را ما با تقریب ساختارشناختی خودمان تایید می کنیم. پس وجود پوزیترون هم در نهایت حداکثر با تقریب ساختار شناختی ما ممکن است. پس باید به دلایل شناختی برای وجود پوزیترون بسنده کنیم. و این نگاه جدیدی به مسئله هستی شناختی است. مثلا ما هیچ دسترسی به وجود الهی نداریم  اما سازگاری و تایید ساختار شناختی ما دلیل بر وجود خداوند است و در چهار چوب شناخت انسانی به بیش از این نمی توان دست پیدا کرد. اگر بخواهیم به چنین شناختی دست پیدا کنیم، باید از آنچه انسان نامیده می شود فاصله بگیریم و به چیز دیگری تبدیل شویم.

### ۱۷– فون نویمان و هندسه نا جابجایی

فون نویمان کسی بود که مدل فضای هیلبرتی را برای مکانیک کوانتوم ارائه کرد. مشخصه این فضای کوانتومی عدم وجود زیر شی ء کمینه مانند نقطه در یک خمینه بود. این نکته فون نویمان را به این سو راند که چنین فضای هندسی را تعریف کند. مثالی که فون نویمان ساخت با نام هندسه پیوسته شناخته می شود که پس از جنگ جهانی دوم توسط کسی دنبال نشد. او خانواده ای از هندسه ها را ساخت که مفهوم بعد آنها به طور پیوسته در بازه صفر و یک یا در اعداد حقیقی مثبت حرکت می کرد. به همین دلیل به این فضاها هندسه پیوسته گفته می شود. درواقع نزد فون نویمان این ساختار ارتباطی بین مفاهیم است که منجر می شود تفکری هندسی تلقی شود حتی اگر آنچه ما به طور سنتی فضا می خوانیم، اتفاق نیافتد. و این انقلابی شناختی در شناخت بود. چرا که می گفت می توان ساختار ارتباطی مفاهیم را بررسی کرد و از آن طریق شناخت را جلو برد و پیشرفت شناخت نیاز به مضوع مورد مطالعه ندارد یا حداقل می توان موضوع مورد مطالعه را با موضوع دیگری جایگزین کرد و این نکته مهمی در فهم بیشتر تفکر پیشینی و پسینی کانت می باشد. هندسه نا جابجایی منجر به نظریه ای در آنالیز تابعی شد که پیشگام آن آلن کن می باشد و دیگر نظریه ای در هندسه جبری که پیشگام آن روزنبرگ می باشد. هندسه های پیوسته فون نویمان به فراموشی سپرده شدند . فون نویمان ایزومرفیسم بین دو ساختار شناختی که دو موضوع مختلف را مورد مطالعه قرار می دادند مطرح کرد و این در نامگذاری هندسه ناجابجایی او پنهان شده است. همین ساختارشناختی بود که بین محاسبات ذهنی انسان و محاسبات ماشینی تناظری برقرار کرد و ماشین محاسبه یا اولین کامپیوتر را در موسسه مطالعات عالی پرینستون ساخت. ساخت کامپیوتر به تلاشهایی در مورد بسط هوش مصنوعی منجر شد که دستاوردهای فراوانی داشته است که البته بعید است به نظر برسد مفهوم استعاره در شناخت را ماشینی کند. یادگیری ماشینی و داده های بزرگ از شاخه های جدید علوم کامپیوتر هستند که پیشرفتهای شایان توجهی در نظریه هوش مصنوعی را منجر شده اند. می توان گفت انقلاب عصر اطلاعات محصول انقلاب شناختی عصر فون نویمان بود که آینده تکنولوژی بشر را در دست خود گرفته است.

### ۱۸- گروتندیک و هندسه حسابی

گروتندیک و نظریه شماهایش مبنای نظریه هندسه حسابی قرار گرفت. گروتندیک نظریه رسته ها را تا حداکثر پتانسیل در پای این هدف ریخت. قضایای نمایش پذیری وردشها اوج موفقیت گروتندیک در هندسه حسابی اوست. او با این نظریه هندسه جبری را با نظریه اعداد روی میدانهای متناهی پیوند داد. نظریه شماها بر این اصل استوار بود که باید هر مفهوم هندسی را به صورت خانواده مورد مطالعه قرار داد و دگردیسی آن را بررسی کرد. هر شمای حسابی را می توان با تار روی اعداد گویا یا تارهای روی میدان های متناهی مطالعه کرد. از طرفی مشابهت بین هندسه روی میدان با مشخصه صفر و هندسه روی میدانهای متناهی به کار می رود و از طرفی می توان با انجام آنالیز روی تار بی نهایت روی شماهای حسابی یک نظریه تقاطع بوجود آورد. اما اهمیت شناختی نظریه گروتندیک چیست؟ زبان وردش های نمایش پذیر و حلقه های دگردیسی جهانی و فضاهای مدولی نگاهی کل نگر به عدد و شمارش و هندسه است. اینکه همیشه شیئی وجود دارد که همه اطلاعات یک خانواده را مورد مطالعه در آن شیئ ذخیره شده است. این یعنی حقیقت یکتایی وجود دارد که همه حقایق تجلی آن حقیقت هستند و شناخت یکتایی وجود دارد که همه ساختار های شناختی تجلی ای از آن ساختار شناختی هستند.این یک نظریه توحید حقیقتی یا توحید حقیقی است و یک شناخت از توحید یا توحید شناختی است. این حقیقت واحد همان هوالحق است و آن شناخت کامل همان هوالعالم است. از فلسفه دین می دانیم که این شناخت کامل همان حقیقت توحیدی است. یعنی شناخت ما یا شناخت هر مخلوقی تجلی ای و خلاصه شده ای از شناخت خدا و دیگر اینکه هر حقیقت مورد مطالعه ای تجلی ای از خداوند است و هر شناختی به نوعی شناخت خداونداست و این توحید شناختی است. بی دلیل نیست که در کلام تطبیقی شناخت خداوند از دیدگاههای مختلف مذاهب اسلامی مورد مطالعه قرار

می گیرد. چون شناخت خداوند حرف از شناخت هرچیز دیگری و طبیعت شناخت می زند. این مقام بلند گروتندیک هنوز توسط متخصصان فلسفه دین شناخته نشده است و تاثیرات شناختی ریاضیات او هنوز مورد بررسی شناخت شناسان قرار نگرفته است. وایلز از این رشد شناختی بهره برده است، چرا که حلقه دگردیسی جهانی را برای برقراری یک تناظر یک به یک به کار می برد و این کار را شمارش می نامد که مفهوم برجسته ای از شمارش است که تا کنون در ریاضیات به کار برده نشده است. شاید این معنی به احصاء نزدیک باشد.

**۱۹-رئوودسکی و نظریه اثبات**

وئودسکی پس از اینکه اثبات بسیار دشواری از یک قضیه اش پس از ده سال به تناقض انجامید، به این فکر افتاد که مبانی ریاضی را چنان عوض کند که اثبات قابل کنترل توسط کامپیوتر باشد. او از نظریه هموتوپی در فرمولبندیهای خود استفاده کرد. هنوز تحقیقات وئودودسکی به بار ننشسته است و به تازگی خودش هم در جوانی فوت کرد، اما کاری که او تلاش می کند انجام دهد در نهایت درک مفهوم استعاره توسط کامپیوتر است. عده ای اعتقاد دارند این کار ممکن نیست و عده ای فکر می کنند تا هوش مصنوعی به چنین پیشرفتی برسد، راه بسیاری هست. اگر همکاران وئودوسکی موفق شوند برنامه تحقیقی او را به کمال برسانند و انجام دهند، این بدان معنی است که بشر قادر خواهد بود مخلوقی بسازد که بتواند درک کند و در نهایت این یعنی بشر بتواند مخلوقی را خلق کند که بتواند خداوند را درک کند. نزد برخی این از لحاظ فلسفی ممتنع است. اما به نظر راقم این سطور تلاش برای اثبات توسط کامپیوتر، همان تلاشی برای درک استعاره و تلاش برای درک استعاره، منجر به اختیار و آن منجر به توانایی عبادت خداوند است. این یعنی انسان بتواند مثل خود خلق کند . در عصر ما هیچ فیلسوفی جرأت نمی کند چنین توانایی را برای انسان فرض کند. اما نظریه ما در مورد اینکه انسان چیست و اینکه انسان آینده پاسخ به این سوال را خودش تعیین می کند به ما می گوید که شاید متصور باشد انسان به جایی برسد که مانند خود را خلق کند. یعنی چیزی درست کند که ایزومرف با خلق یک ساختار شناختی باشد که اختیار دارد و می تواند خداوند را پرستش کند. منظور از کاربرد کلمه خلق تنها خلاقیت انسانی است نه این انسان ماده خلق کند.بلکه هوش مصنوعی به جایی برسد که اختیار را بفهمد و عبادت را بفهمد. بسیاری این را بعید می دانند اما ما آن را نزدیک می بینیم. انسان که آینه تمام نمای پروردگار است می تواند تمامی اسماء الهی را در خود متجلی کند. جالب است که تاثیر شناختی تحقیقات ریاضی بتواند تا اینجا پیش برود که بتواند نتایجی به بار بیاورد که از تصور خیلی از بندگان خارج است. اما این خود نشانه ای است از اهمیت شناختی ریاضیات در رشد ساختار شناختی بشر و در واقع این نویدی است که افلاطون به بشریت داد که تاثیرات آموزشی ریاضیات بسیار مهم تر از کاربردهای ریاضیات و تاثیر ریاضیات بر زندگی روزمره است.

**۲۰-تاثیر ریاضیات بر ساختار شناختی ریاضیدانان**

حال این سوال مهم پیش می آید که بنابر آنچه گفتیم آیا باید انتظار داشت ریاضیدانان از صاحبان دیگر حرفه ها داناتر باشند؟ آیا ریاضیدانان ساختار شناختی کاملتری دارند؟ پاسخ این است که خیر. ریاضیات مثل دانه ای است که در زمین شناختی فرد کاشته می شود و اینکه چه میوه دهد و آیا بتواند رشد کند و به بالندگی برسد، بستگی به استعداد شناختی فرد دارد. بنابراین هرگز اینطور نیست که ریاضیدانان از صاحبان سایر حرفه ها داناتر باشند. اما حتما بین ریاضیدانان کسانی پیدا می شوند که از متوسط صاحبان سایر حرفه ها داناتر باشند. و اگر به دنبال فردی که مدارج عالی دانایی را طی کرده باشد می گردید حتما بین کسانی که ریاضیات عالی را خوب می دانند بگردید. اما این سوال را می توان طور دیگری پرسید. اگر کسی بخواهد مدارج دانایی را طی کند چه بخواند که بهترین شرایط را برای کمال شناختی او فراهم آورد. پاسخ ما این است که به یقین ریاضیات کمک تعیین کننده به ساختن بهترین ساختار شناختی ممکن از سرزمین شناختی فرد معین خواهد داشت. ازاین رو لازم است ریاضیات عالی در دانشگاه

تدریس شود و ریاضیاتی که هم اکنون همه دانشجویان می خوانند به آموزش سطح دبیرستان وارد شود. دربسیاری از ایالات آمریکا دانش آموزان دبیرستانی توانا در دبیرستان شانس خواندن حسابان چند متغیره و معادلات دیفرانسیل و جبر خطی را دارند که چنین امکاناتی در کشور ایران حتی دردسترس تیزهوشان قرار ندارد. به امید روزی که بتوانیم به هر زمین مستعدی متناسب با استعدادهای آن بذر دانش هدیه کنیم و هم بتوانیم این بذرها را تا به ثمر رسیدن معرفت آبیاری کنیم و با نور توحید نیرو ببخشیم تا ثمره شناخت فرزندانمان نه تنها کشورمان و نه تنها عصرمان بلکه همه بشریت و حتی همه جهان خلقت را آبادتر کند.



View publication stats