

... و ۱۱ و ۵ و ۳ و ۲



چند نکته درباره‌ی اعداد اول

۴ ۷ ۱۰ ۱۳ ۱۶ ...
 ۷ ۱۲ ۱۷ ۲۲ ۲۷ ...
 ۱۰ ۱۷ ۲۴ ۳۱ ۳۸ ...
 ۱۳ ۲۲ ۳۱ ۴۰ ۴۹ ...
 ۱۶ ۲۷ ۳۸ ۴۹ ۶۰ ...

غریبال بالا از بی شمار تصاعد حسابی نامحدود تشکیل شده است که جمله‌ی اول آن‌ها، به ترتیب جمله‌های تصاعد اولیه است:

۴ و ۷ و ۱۰ و ۱۳ و ۱۶ و ...

جایگاه اعداد اول^۱، ساختار، رموز و پراکندگی آن‌ها در میان اعداد طبیعی، از زمان اقلیدس تا کنون، اذهان بسیاری را به خود مشغول داشته است. در این دوره‌ی ۲۵۰۰ ساله، نظرات متفاوتی نیز ارائه شده‌اند و روش‌های جست‌وجو برای به دست آوردن اعداد اول، ابداع و تکامل یافته‌اند؛ از غربال‌گیری اعداد در فاصله‌های دل‌خواه از میان اعداد (با حذف اعداد زوج و مضرب‌های ۳) گرفته تا جدول‌های پیشرفته.

یکی از این غربال‌ها، جدولی است که س. پ. سوندار، دانشجوی ریاضی هندی، در سال ۱۹۴۴ به دست آورده است^۲:

جایگاه اعداد اول^۱، ساختار، رموز و پراکندگی آن‌ها در میان اعداد طبیعی، از زمان اقلیدس تا کنون، اذهان بسیاری را به خود مشغول داشته است

۳ نیستند. این واقعیت نشان می‌دهد که اعداد اول (به جز ۳)، چون مضرب ۳ نیستند، نمی‌توانند به صورت $(3n+2) + (3n+1)$ نوشته شوند. بلکه به صورت مجموع دو عدد متوالی هستند که حتماً در یکی از آن‌ها مضرب ۳ است. پس خواهیم داشت:

$$P = 3n + (3n \pm 1) = 6n \pm 1$$

$$p \geq 5, n \geq 1, n \in \mathbb{N}$$

به عبارت دیگر، هر عدد اولی (به جز ۳ و ۲) از مجموع یک مضرب ۳ با اولین عدد کوچک‌تر یا بزرگ‌تر از آن به دست می‌آید. n باید چگونه باشد تا حاصل $6n \pm 1$ اول شود؟ جایگاه واقعی اعداد اول کجاست؟

با توجه به این که $P = 6n \pm 1$ ، اگر دو عددی که در n فاصله از p در دو طرف آن قرار دارند، در $6n \pm 1$ قرار گیرند، حاصل، غیراول و مضربی از p می‌شود.

چگونه تعیین می‌شود که حاصل $6n - 1$ غیر اول است یا حاصل $6n + 1$ ؟

الف) اگر $P = 6n - 1$ آن‌گاه، حاصل عبارت‌های زیر غیراول و مضربی از p خواهد بود:

$$1) [6(P+n)] - 1 = [6(6n-1+n)] - 1 = [6(7n-1)] - 1 = 42n - 7$$

$$2) [6(P-n)] + 1 = [6(6n-1-n)] + 1 = [6(5n-1)] + 1 = 30n - 5$$

ب) اگر $P = 6n + 1$ آن‌گاه، حاصل عبارت‌های زیر غیراول و مضربی از p خواهد بود:

$$3) [6(P+n)] + 1 = [6(6n+1+n)] + 1 = [6(7n+1)] + 1 = 42n + 7$$

$$4) [6(P-n)] - 1 = [6(6n+1-n)] - 1 = [6(5n+1)] - 1 = 30n + 5$$

با توجه به این که n برابر است با $\frac{P \pm 1}{6}$ ، چهار عبارت بالا را می‌توان در قالب عبارت زیر بیان کرد:

قدر نسبت این تصاعدها به ترتیب عددهای فرد متوالی اند که از ۳ شروع شده باشند:

$$d_1 = 3, d_2 = 5, d_3 = 7, d_4 = 9, \dots$$

اگر عددی مثل N در این جدول وجود داشته باشد، عدد $2N+1$ غیر اول است و اگر عدد N در این جدول وجود نداشته باشد، $2N+1$ عددی اول است.

سؤال: چگونه می‌توان اول بودن یا نبودن $2N+1$ را براساس جدول فوق ثابت کرد؟

جواب: با عنایت به این که اعداد فرد مثبت به صورت $2a+1$ نوشته می‌شوند ($a \geq 0$)، در واقع هر کدام از اعداد جدول به صورت $[(2a+1)n] + a$ هستند و داریم:

$$a, n \geq 1; a, n \in \mathbb{N}$$

حال اگر $[(2a+1)n] + a$ به جای N در $2N+1$ قرار گیرد، حاصل غیراول است و داریم:

$$2[(2a+1)n] + a + 1 = 2[2an + n + a] + 1 = 4an + 2n + 2a + 1 = (2a+1)(2n+1)$$

ساختار واقعی اعداد اول از چیست؟

در میان اعداد طبیعی، مضرب‌های فرد عدد ۳ به صورت $6n+3$ نوشته می‌شوند که حاصل جمع دو مضرب ۳ هستند و داریم:

$$6n+3 = 3n + (3n+3); n \in \mathbb{N}, n \geq 0$$

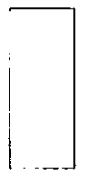
اگر $6n+3$ را به صورت جمع دو عدد متوالی بنویسیم، خواهیم داشت:

$$6n+3 = 3n + (3n+3) = (3n+1) + (3n+2)$$

ملاحظه می‌شود، هیچ‌یک از دو عدد بالا، به تنهایی مضرب



• چاپی شروع انتشار مجله از زمان دریافت برگه انتشار است.
• گزیده، بر عهده‌ی مشترک است.
• هزینه‌ی برگه‌ت مجله در صورت خوابا و کامل بودن نشان و عدم حضور یادآوری.
• شماره پستی اورمستریکن: ۱۶۵۵۵۱۱۱
• شماره پستی تهران: ۰۲۱-۸۸۳۰۱۴۸۲



اسم:

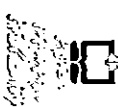
• نام و نام خانوادگی:
• تاریخ تولد:
• میزان تحصیلات:
• تعلق:
• نشانی کامل پستی:
• استان:
• شهرستان:
• خیابان:
• پلاک:
• کادستی:
• آدرس:
• شماره تماس:
• آدرس ایمیل:

نام مجله‌های درخواستی:
• نام و نام خانوادگی:
• تاریخ تولد:
• میزان تحصیلات:
• تعلق:
• نشانی کامل پستی:
• استان:
• شهرستان:
• خیابان:
• پلاک:
• کادستی:
• آدرس:
• شماره تماس:
• آدرس ایمیل:

برگ اشتراک مجله‌های رشد

شرایط:

۱- پرداخت مبلغ ۵۰۰/۰۰۰ ریال به ازای هر عنوان مجله‌ی درخواستی، به صورت علی‌الحساب به حساب شماره‌ی ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت شعبه‌ی سه راه آزادی (سرخه‌حصار) کد ۳۹۵ در وجه شرکت افست.
۲- ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شده‌ی اشتراک بپست سفارشی، یکی پیش از آن خودنگه دارید.



$\{x, y \mid x, y \geq 1; x, y \in \mathbb{N}\}$ $\left[\frac{6(Px \pm Py \pm 1)}{6} \right] \pm 1$;
به طور کلی، حاصل $6n-1$ یا $6n+1$ زمانی غیر اول می شود که عبارت مذکور به چهار حالت زیر باشد:

- ۱) $\left[\frac{6(Px + \frac{Py+1)}{6}) \right] - 1$
- ۲) $\left[\frac{6(Px - \frac{Py+1)}{6}) \right] + 1$
- ۳) $\left[\frac{6(Px - \frac{Py-1)}{6}) \right] - 1$
- ۴) $\left[\frac{6(Px + \frac{Py-1)}{6}) \right] + 1$

مثال ۱. عبارت $6n+1=55$ ، n چه خصوصیتی دارد که حاصل $6n+1$ غیر اول است؟

حل: عدد ۹ حاصل $(\frac{11+1}{6}-11)$ است و طبق رابطه ی

داریم:

$$\left[\frac{6(Px - \frac{Py+1)}{6}) \right] + 1 = \left[\frac{6(11 - \frac{11+1}{6})}{6} \right] + 1 = (6 \times 9) + 1 = 5 \times 11$$

مثال ۲. چرا حاصل $6n+1$ و $6n-1$ به ازای $n=20$ ، هر دو غیر اول اند؟

حل:

الف) $6n-1=119$. طبق رابطه ی ۱ داریم:

$$\left[\frac{6(Px + \frac{Py+1)}{6}) \right] - 1 = \left[\frac{6(17 + \frac{17+1}{6})}{6} \right] - 1 = (6 \times 20) - 1 = 7 \times 17$$

ب) $6n+1=121$. طبق رابطه ی ۲ داریم:

$$\left[\frac{6(Px - \frac{Py+1)}{6}) \right] + 1 = \left[\frac{6(11 \times 2 - \frac{11+1}{6})}{6} \right] + 1 = [6(22-2)] + 1 = (6 \times 20) + 1 = 11 \times 11$$

- در طول چندین قرن، ریاضی دانان تصور می کردند که اعداد اول باید رابطه ی عجیب و دشواری داشته باشند. در حالی که آن چه ذکر شد، نشان می دهد حاصل $6n-1$ یا

$6n+1$ در اصل اول است، مگر این که n به صورت $(Px \pm \frac{Py \pm 1}{6})$ باشد که ضرایب y و x ، یک عدد اول مشترک باشد. اعداد اول، با جایگاه مشخص و ثابت و بر اساس نظم و منطقی، در میان اعداد طبیعی واقع اند. این جایگاه ناملموس و نامرئی است و تنها با بیان روابط اشاره شده قابل درک و فهم است. سؤال اساسی این است که یافتن n هایی که فقط به تولید اعداد اول منجر شوند، چه قدر اهمیت دارد؟ با عنایت به مطالب ارائه شده، می توان رابطه هایی را برای یافتن اعداد بیان کرد:

رابطه ی اول:

$$P = 2n + 1; n \neq 2a, n \geq 1, a, n \in \mathbb{N}$$

رابطه ی دوم:

$$\left\{ \begin{array}{l} P = 6n + 1; n \neq Px + \frac{Py-1}{6} \text{ یا } Px - \frac{Py+1}{6} \\ P = 6n - 1; n \neq Px + \frac{Py+1}{6} \text{ یا } Px - \frac{Py-1}{6} \end{array} \right.$$

$$x, y \geq 1, x, y \in \mathbb{N}, \{2, 3\} \nmid y$$

بی نویسی

۱. جدول را می توان به این صورت نیز تنظیم کرد:

$(2 \times 1) + 1$	$(3 \times 2) + 1$	$(3 \times 3) + 1$	$(3 \times 4) + 1$	$(3 \times 5) + 1$...	$(3 \times n) + 1$
$(5 \times 1) + 2$	$(5 \times 2) + 2$	$(5 \times 3) + 2$	$(5 \times 4) + 2$	$(5 \times 5) + 2$...	$(5 \times n) + 2$
$(7 \times 1) + 3$	$(7 \times 2) + 3$	$(7 \times 3) + 3$	$(7 \times 4) + 3$	$(7 \times 5) + 3$...	$(7 \times n) + 3$
$(9 \times 1) + 4$	$(9 \times 2) + 4$	$(9 \times 3) + 4$	$(9 \times 4) + 4$	$(9 \times 5) + 4$...	$(9 \times n) + 4$
$(11 \times 1) + 5$	$(11 \times 2) + 5$	$(11 \times 3) + 5$	$(11 \times 4) + 5$	$(11 \times 5) + 5$...	$(11 \times n) + 5$
...

منبع

۱. «عددهای اول»، امیل بورل، ترجمه ی پرویز شهریاری.



باجمله های رشد آشنا شوید

- **باجمله های رشد توسط دفتر انتشارات کمک آموزش سازمان پرورش و برنامه ریزی آموزشی وابسته به وزارت آموزش و پرورش تهیه و منتشر می شوند:**
- **مجموعه های عمومی دانش آموزی**
- **(به صورت ماهنامه و ۸ شماره در هر سال تحصیلی منتشر می شوند):**
- **رشد کودک** (برای دانش آموزان ابتدایی و پایه ی اول دوره ی بیستاد)
- **رشد نوجوان** (برای دانش آموزان پایه های دوم و سوم دوره ی بیستاد)
- **رشد دانش آموزان** (برای دانش آموزان پایه های چهارم و پنجم دوره ی بیستاد)
- **رشد نوجوان** (برای دانش آموزان دوره ی راهنمایی تحصیلی)
- **رشد جوان** (برای دانش آموزان دوره ی متوسطه و پیش دانشگاهی)
- **مجموعه های عمومی بزرگسال**
- **(به صورت ماهنامه و ۸ شماره در هر سال تحصیلی منتشر می شوند):**
- **رشد آموزش ابتدایی**، **رشد آموزش راهنمایی تحصیلی**، **رشد تکنولوژی آموزشی**، **رشد مدیریت فردا**، **رشد مدیریت مدرسه**، **رشد معلم**
- **مجموعه های اقتصادی**
- **(به صورت اصنامه و ۴ شماره در هر سال تحصیلی منتشر می شوند):**
- **رشد برهان (اصنامی)** (مجموعه ریاضی برای دانش آموزان دوره ی راهنمایی تحصیلی)
- **رشد برهان متوسطه** (مجموعه ریاضی برای دانش آموزان دوره ی متوسطه و پیش دانشگاهی)
- **رشد آموزش قرآن**، **رشد آموزش معارف اسلامی**
- **رشد آموزش زبان آبیاری**، **رشد آموزش هنر**، **رشد آموزش هنر**، **رشد آموزش تربیت بدنی**، **رشد آموزش علوم اجتماعی**، **رشد آموزش تاریخ**، **رشد آموزش جغرافیا**، **رشد آموزش زبان**، **رشد آموزش ریاضی**، **رشد آموزش فیزیک**، **رشد آموزش شیمی**، **رشد آموزش زیست شناسی**، **رشد آموزش زمین شناسی**، **رشد آموزش فلسف و عرفان**، **رشد آموزش پیش دبستانی**

مجموعه های رشد عمومی و اقتصادی برای آموزگاران، معلمان، مدیران، معلمان و مشاوران مدارس، دانش جویان، مراکز تربیت معلم و رشته های دیگری دانشگاهها و کارشناسان آموزش و پرورش تهیه و منتشر می شوند.

• نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شماره ی ۴ آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات کمک آموزشی.

• شماره: ۰۲۱-۸۸۴۹۰۱۴۷۸

• تلفن: ۰۲۱-۸۸۴۹۰۹۹