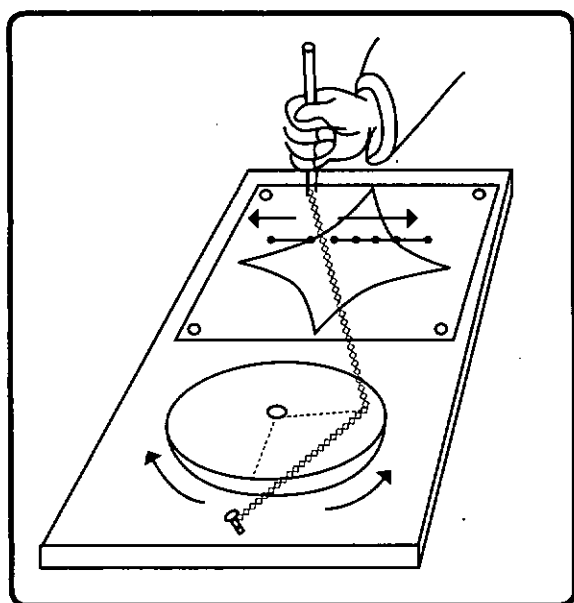


نظریه‌ی هفت فاجعه ۲

پرویز شهریاری



ماشین زیمان

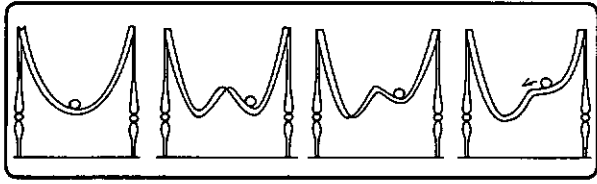
نوک مداد را دوباره کمی حرکت می‌دهیم، قرص هم دوباره به اندازه‌ی زاویه‌ی کوچکی می‌چرخد. همه چیز مثل سابق است. مداد باز هم به حرکت خود ادامه می‌دهد... و یکبارہ قرص از

به کریستوفر زیمان توجه کنیم آزمایشی را که می‌خواهیم مطرح کنیم به کریستوفر زیمان، شاگرد پروفیسور توم، تعلق دارد. ماشین زیمان برای نظریه‌ی فاجعه‌ها، همان نقش کتری را برای روشن کردن روندهای ترمودینامیکی برعهده دارد.

این ماشین، ساختمان ساده‌ای دارد. صفحه‌ای قرص مانند را در نظر بگیرید با میله‌ای که در کنار قرص بر آن عمود باشد. محور قرص در مرکز میز قرار دارد. از میله، دو فنر به موازات سطح میز گذشته است. انتهای دیگر فنر اول را به میخی که روی میز کوبیده‌ایم محکم می‌کنیم. انتهای آزاد فنر دوم را به چیزی شبیه مداد می‌بندیم که می‌تواند با دست روی میز حرکت داده شود.

میله‌ی مداد مانند را، که نوک آن روی میز قرار دارد، کمی حرکت می‌دهیم، قرص به اندازه‌ی زاویه‌ی کوچکی می‌چرخد و در حالت تازه‌ی خود به حالت تعادل قرار می‌گیرد. تا این‌جا همه چیز بر مدار طبیعی خود جریان دارد. اگر متغیر درونی را زاویه‌ی دوران قرص و مختصات نوک مداد را متغیرهای بیرونی بگیریم، هر تغییر کوچک متغیرهای بیرونی به تغییر کوچکی در متغیر درونی می‌انجامد.

گلوله را از جایی که آرمیده است اندکی تکان دهیم، کمی به این طرف و آن طرف می‌غلند و دوباره در نقطه‌ی مینیمم آرام می‌گیرد.

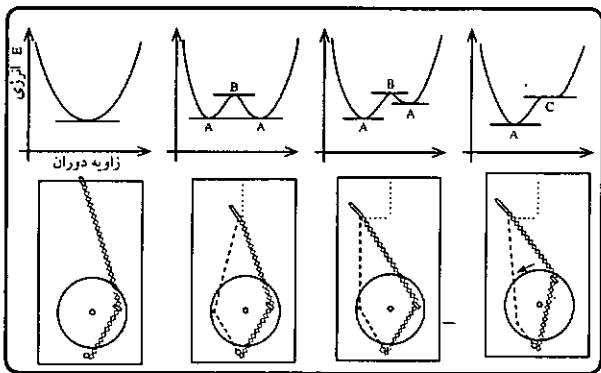


حالا ناودان را کمی دستکاری می‌کنیم و شکل آن را اندکی تغییر می‌دهیم. ته یکی از گودال‌ها (همان که گلوله‌ی ما در آن جا آرمیده است) را بالا می‌آوریم تا جایی که با رأس تپه در یک ارتفاع قرار گیرد. در این صورت، در یک ناودان خم شده، گلوله‌ای قرار می‌دهیم. اگر گلوله را به حال خود بگذاریم، در ته یکی از گودال‌ها- آن جا که مماس بر مسیر خطی افقی است- یعنی در نقطه‌ی مینیمم نسبی می‌ایستد. ولی در نقطه‌ی عطف، جایی که باز هم مماس بر منحنی افقی است، گلوله به حالت تعادل در نمی‌آید و به طرف پایین می‌غلند تا وقتی که به نزدیک‌ترین نقطه‌ی مینیمم نسبی برسد.

منحنی ما پیچیده‌تر می‌شود. روی این منحنی، نقطه‌ای وجود دارد که مماس در آن افقی است، ولی این نقطه نه نقطه‌ی ماکزیمم است و نه نقطه‌ی مینیمم، بلکه نقطه‌ی عطف است. در چنین نقطه‌ای، گلوله‌ی ما تعادل خود را به دست نمی‌آورد؛ از جای خود کنده می‌شود و به طرف گودال دیگر می‌غلند.

ما به فنر خود برگردیم

ته، پایین‌ترین نقطه، مینیمم... همه‌ی این‌ها در بخش قبل به ارتفاع گلوله مربوط می‌شد. ولی ارتفاع گلوله، یعنی میزان انرژی پتانسیلی، خوب است یادآوری کنیم که همین گلوله‌ای که در قعر



گودال افتاده است، ماشین زیمان، بسته به محل قرار گرفتن مداد، می‌تواند در یک تا دو حالت به تعادل پایدار برسد (برای حالتی که دو تعادل پایدار داریم، روی تصویر ماشین، یکی از حالت‌ها را رسم

جا کنده می‌شود و با سرعت، نزدیک به ۱۸۰ درجه می‌چرخد! تغییر کوچکی در متغیرهای بیرونی، به تغییر تند و جهشی در متغیر درونی می‌انجامد!

این را هم می‌توان فاجعه نامید. نظریه‌ی فاجعه در این مورد چه می‌گوید؟ برای مثال، این پدیده‌ی شگفت را چگونه روشن می‌کند: مداد را روی یک منحنی حرکت می‌دهیم تا به نقطه‌ی جهشی برای قرص برسیم، این نقطه را روی سطح میز علامت می‌گذاریم. حالا مداد را روی همان منحنی و در جهت عکس حرکت می‌دهیم، با کمال شگفتی متوجه می‌شویم که لحظه‌ی جهش برای قرص، نه در همان نقطه‌ی قبلی، بلکه خیلی بعدتر پیش می‌آید!

به‌طور کلی، همه‌ی مسئله‌های مربوط به نظریه‌ی فاجعه‌ها را می‌توان به این صورت تنظیم و روشن کرد: طبیعت جهش‌ها چگونه است که ضمن گذار از یک حالت تعادلی به حالت دیگر، جنبه‌ی تدریجی تغییر را از دست می‌دهند؟

با گالیله مشورت کنیم

وسیله‌ی آزمایش تازه را از گالیله‌نو گالیله اقتباس می‌کنیم. این دانشمند، بسیاری از قانون‌های مکانیک را با غلتاندن یک گلوله روی مسیر ناودان‌مانندی پیدا کرد که شکلی نیم‌دایره داشت و تحذب آن به سمت پایین بود.

اگر گلوله را به حال خود بگذاریم، چه پیش می‌آید؟ به این طرف و آن طرف می‌غلند و سرآخر، در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر متوقف می‌شود. اگر مسیر را نمایش تغییرات یک تابع بگیریم، این پایین‌ترین نقطه، همان نقطه‌ی مینیمم منحنی است. یادآوری می‌کنیم که اگر مماس بر منحنی تابع را، در نقطه‌ی مینیمم آن رسم کنیم، یک خط راست افقی به دست می‌آید.

مسیر ناودانی را خم می‌کنیم تا در پایین آن، تپه‌ای که دو گودال در دو طرف خود دارد، به‌وجود آید. حالا، اگر گلوله را به حال خود بگذاریم، چه پیش می‌آید؟ گلوله در یکی از دو گودال- یکی از دو نقطه‌ی مینیممی که مماس بر منحنی مسیر در آن جا افقی است- تعادل پایدار پیدا می‌کند و متوقف می‌شود.

توجه به این نکته جالب است که روی این منحنی، نقطه‌ی دیگری هم وجود دارد که در آن جا، مماس بر منحنی به صورت افقی درمی‌آید. این نقطه، همان رأس تپه، یعنی نقطه‌ی ماکزیمم است. بنابر نشانه‌ی رسمی، یعنی افقی بودن مماس، این نقطه با نقطه‌ی تعادل خویشی دارد. جالب‌تر این است که این نقطه هم در واقع، یک نقطه‌ی تعادل است، منتهی تعادلی ناپایدار. وقتی که گلوله به رأس تپه رسید، بعد از یک توقف کوتاه، به طرف یکی از دو گودال فرو می‌غلند. ته گودال، برعکس رأس تپه، نقطه‌ی تعادل پایدار است. اگر

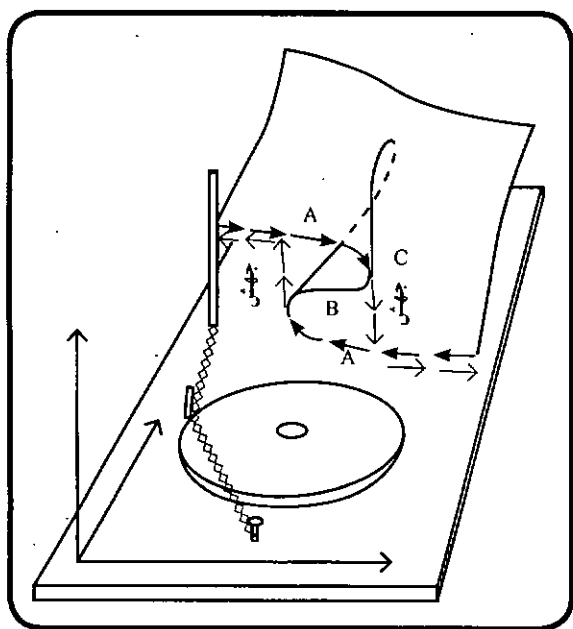


دوران متناظر این نقطه‌ها را در قرص، زاویه‌های بحرانی گویند.

مقدار دویاره مقداری رسم می‌کنیم

حالا دیگر می‌توانیم کمی به ریاضیات بپردازیم.

روی سطح میز، دو محور مختصات را رسم می‌کنیم تا روی آن موضع نوک مداد را نشان دهیم. محور سوم را عمود بر سطح میز می‌گیریم. چند سطر بعد، هدف این کار را خواهیم فهمید.



کرده‌ایم و حالت دیگر را با خط چین نشان داده‌ایم). روی منحنی انرژی پتانسیلی فنرهای کشیده شده، زاویه‌های متناظر دوران قرص را با حرف A نشان داده‌ایم. اگر دو زاویه برای تعادل پایدار وجود داشته باشد، بین آن‌ها، زاویه‌ی تعادل ناپایدار وجود دارد (B). ممکن است موقعیتی از مداد وجود داشته باشد که به‌ازای آن، نقطه‌ی عطفی یا مماس افقی، روی منحنی پیدا شود (C). در همین موارد است که قرص به حالت جهشی می‌رسد.

به نمونه‌ای از یک قانون مهم فیزیکی تبدیل می‌شود. حالت تعادل پایدار یک دستگاه فیزیکی، مشخص‌کننده‌ی این وضع است که انرژی دستگاه در این حالت، مینیمم است. با آگاهی از این موقعیت نظری، دوباره به قرص و فنرهای خود برمی‌گردیم. مداد را از محور قرص و در جهت مخالف میخ دور می‌کنیم و فعلاً آن را در همان‌جا محکم می‌کنیم. حالا قرص را می‌چرخانیم و زاویه‌ی دوران را از طرف میخ به حساب می‌آوریم. به‌ازای هر زاویه‌ی دوران، انرژی پتانسیل فنر کشیده شده را معین می‌کنیم.

اگر منحنی نمایش تغییرات انرژی را نسبت به زاویه‌ی دوران رسم کنیم، شبیه همان نیم‌دایره‌ای که تحدیبی به طرف پایین دارد، به دست می‌آید.

قعر منحنی رسم شده، معرف مینیمم انرژی پتانسیل است. اگر قرص را به اندازه‌ی همین زاویه دوران دهیم، به حالت تعادل پایدار می‌رسد.

با جابه‌جا کردن محل مداد، می‌توان حالتی را پیدا کرد که در آن، منحنی انرژی پتانسیل تغییر شکل دهد و در پایین آن تپه‌ای ظاهر شود که در هر طرف آن یک گودال باشد. در این صورت، برای قرص، دو حالت تعادل پایدار وجود دارد.

سرانجام می‌توان استحالتهای را انجام داد که با آن از آزمایش آخر با ناودان گالیله آشنا هستیم. جای مداد را آن قدر تغییر می‌دهیم تا قعر یکی از گودال‌ها با رأس تپه در یک سطح قرار گیرد...
... خطر! قرص با حرکتی تند و ناگهانی، خود را به حالت تعادل پایدار تازه‌ای می‌رساند.

و این چیزی است که باید همیشه به خاطر داشت: حالت تعادل پایدار و ناپایدار قرص و همچنین، موقعیت‌هایی که قرص با رسیدن به آن‌ها به حرکتی تند و ناگهانی می‌افتد، همه یک نشانه دارند؛ اگر این نقطه‌ها را روی منحنی متناظر انرژی آن در نظر بگیریم، در همه‌ی این موارد، مماس بر منحنی، خطی افقی است.

بسته به شکل منحنی‌ها (به منحنی انرژی دقیق‌تر توجه کنید)، تعداد این گونه نقطه‌ها ممکن است یک، دو یا سه باشد. زاویه‌های

مداد را در جایی محکم می‌کنیم و زاویه‌های بحرانی دوران قرص را اگر برای هر وضع مداد، روی محوری که از نوک آن گذشته و بر صفحه‌ی میز عمود است، مقادیر زاویه‌های بحرانی را جدا کنیم (همان مقادیری که در شکل قبل با حرف‌های B, A و C مشخص شده بودند)، سطح عجیب و غریبی به دست می‌آید. مقطع این سطح، که روی شکل با علامت پیکان نشان داده شده است، به روشنی نشان می‌دهد که وقتی به لبه‌ی چین‌ها در سطح برسیم، حالت جهش ناگهانی‌ی پیش می‌آید

در این وضع معین می‌کنیم. می‌دانیم که بسته به جای مداد، تعداد این زاویه‌ها ممکن است یک، دو یا سه باشد. همه‌ی این مقادیر را، هر چند تا که باشد، روی محور عمودی در دستگاه سه بعدی خود، که از نوک مداد گذشته باشد، جدا می‌کنیم.

مداد را در جاهای تازه‌ای قرار می‌دهیم و این روند را پشت سرهم تکرار می‌کنیم و همه‌ی نقطه‌های جدید را در دستگاه مختصات خود قرار می‌دهیم. سترانجام، این نقطه‌ها به هم متصل می‌شوند و سطحی را تشکیل می‌دهند.

به شکل نگاه کنید. آیا عجیب و غریب نیست؟ چنین سطحی را سطح چین دار می‌گویند.

به کمک این تصویر، می‌توان به سادگی همه‌ی آن‌چه را که مربوط به قرص - ضمن جابه‌جا شدن مداد - بود و از جمله جهش‌های ناگهانی آن را پیش خود تصور کرد. این جهش‌ها وقتی پیش می‌آید که به لبه‌های سطح چین دار برسیم.

این مطلب را هم می‌توان فهمید که چرا وقتی مداد را در یک مسیر ولی در دو جهت مختلف جابه‌جا می‌کنیم، حالت جهشی در نقطه‌ی یگانه‌ای از این مسیر پیش نمی‌آید. به‌خصوص، این پیشامد را با علامت پیکان روی شکل مشخص کرده‌ایم.

هفت فاجعه

شانس آوردیم. در شرح آزمایش با قرص، تنها سه متغیر شرکت داشت: دو متغیر بیرونی (مختصات نوک مداد) و یک متغیر درونی (زاویه‌ی دوران قرص).

به همین دلیل بود که برای شرح پیشامدها به کمک شکل، یک دستگاه سه بعدی مختصات برای ما کفایت می‌کرد. روی همین دستگاه بود که ما توانستیم سطح پر راز و رمز خود را بسازیم.

البته وقتی که متغیرهای درونی چهار تا باشد، با حالت بسیار جالب‌تری روبه‌رو هستیم. مگر نه این است که جهان ما چهار بعدی است (سه بعد فضایی به اضافه‌ی زمان). پروفور رنه توام ثابت کرده است که در چنین مواردی، بدون ارتباط با تعداد متغیرهای بیرونی، تنها هفت نوع جهش (و یا به بیان خود پروفور، هفت «فاجعه‌ی

مقدماتی») می‌تواند وجود داشته باشد.

هفت سطحی که به کمک آن‌ها می‌توان این «فاجعه‌ها» را به صورت عینی شرح داد، نام‌های ظریف و شاعرانه‌ای دارند: سطح پرچین، سطح شکن دار، سطح پرستویی، سطح دنباله دار، سطح پروانه‌ای، سطح بیضوی و سطح هذلولوی و سهموی.

اگر تعداد متغیرهای درونی پنج باشد، یازده فاجعه می‌تواند وجود داشته باشد و اگر شش متغیر درونی یا بیشتر داشته باشیم، تعداد فاجعه‌ها بی‌نهایت می‌شود.

هم گردباد، هم موج و هم تقسیم یاخته‌ها

به کمک نظریه‌ی فاجعه‌ها، می‌توان به خوبی از عهده‌ی توضیح پدیده‌های فیزیکی مربوط به گذارهای مرحله‌ای و جهشی (گذار از حالت جامد به مایع، از مایع به گاز و غیره) برآمد. مکانیک مایعات و پدیده‌های طوفانی آن را هم، می‌توان مثالی برای فاجعه دانست. موج‌های پرتلاطمی هم که نیروی خود را در صخره‌ها گم می‌کنند، مثالی از همین نوع است. زیست‌شناسی هم، که سرچشمه‌ی الهام نیرومندی برای پروفور تورم است، نمایشگر مواردی از پدیده‌های فاجعه‌ای است. از این قبیل است تقسیم یاخته‌ها، تحریک عصبی، توزیع شکل و غیره.

ذکر همین چند نمونه نشان می‌دهد که دامنه‌ی کاربرد نظریه‌ی فاجعه‌ها، تا چه اندازه گسترده است. در ضمن این موضوع را نباید از یاد برد که در طبیعت کمتر به صورت خالص خود، با فاجعه‌های مقدماتی برخورد می‌کنیم، همان‌طور که خط راست واقعی هم، تنها در هندسه وجود دارد. این نظریه، مدل‌هایی را ارائه می‌دهد که در تقریب اول، می‌توانند معرف پدیده‌های موردنظر باشند، درست به همان ترتیب که دایره می‌تواند مدل خوبی برای خورشید - آن‌طور که ما می‌بینیم - باشد؛ ولی روشن است که خورشید واقعی با تصویری که ما در ظاهر از آن داریم، متفاوت است. مدلی برای ساده‌تر کردن کار است و کاربرد آن در محدوده‌ای است که به هدف آن، لطمه‌ای وارد نیاورد. مثلاً، برای این که وکیلی به فکر نجات موکل خود باشد - که به مفهوم عام خود، یک مورد فاجعه‌ای است - بعضی ملاحظه‌های کوچک روانی، خیلی بیشتر نتیجه‌بخش است تا استفاده از عامل‌های فوق العاده زیاد موضوع در کامپیوتر و به دست آوردن ترسیم پریپیچ و خم گنج‌کننده.

