مسائل هندسه‌ی
ابوالوفا بوزجانی

پس از پیدایش نخستین ترجمه‌های «هندسه»، کتاب اصول **اقلیدس** به زبان عربی، و باب هندسه‌ی کتاب «جبر و مقابله‌ی **خوارزمی**»، میراث علمی شرق و غرب، علم هندسه به زودی مورد بهره‌برداری قرار گرفت و موضوع تحقیقات مستقل و جداگانه شد.

کمی پس از **خوارزمی**، برادران **بنوموسی**، یعنی **ابوجعفر محمّد** (متوفی به سال ۸۷۲) و **حسن** و **احمد**، پسران **موسی بن شاکر**[۲] ـ از نزدیکان خلیفه مأمون ـ به فعالیت علمی وسیعی دست زدند. آنان به ریاضیات، نجوم و آلات موسیقی و مکانیک دلبستگی خاصی داشتند. رصدخانه‌ای مخصوص بنا کردند و به جمع‌آوری نسخه‌های خطی یونانی پرداختند و به ترجمه‌ی آن‌ها به زبان عربی همت گماشتند. برادر بزرگ‌تر (محمد)، در ادامه‌ی یکی از سفرهای خود، دانشمند معروف، **ثابت بن قُرّه** را با خود به بغداد آورد. از میزان سهمیه‌ی هر یک از این سه برادر در آثار مشترک علمی آنان بی‌خبریم. فقط می‌دانیم، **احمد** به علم مکانیک توجه خاصی داشت. از آنان اثر معروفی موسوم به «هندسه‌ی سه برادر» باقی مانده که ترجمه‌ی لاتینی آن:

«Liber trium fratrum de geometria»

توسط **جرارد کرمونی**[۳] به دست ما رسیده است.

عنوان عربی این کتاب عبارت است از: «**معرفة مساحة الاشکال البسیط و الکرّیه**». نخستین قضایای آن مربوط است به محاسبه‌ی دایره؛ این‌جاست که برای اولین بار روش یونانی «**افنا**»[۴] در آثار خاص اسلامی قدیم ظاهر می‌شود. البته به وجهی به کار رفته که قابل ایراد است. مؤلفان، به‌خصوص در قضیه‌ی چهارم ثابت می‌کنند که مساحت دایره را می‌توان به وسیله‌ی حاصل‌ضرب شعاع در نصف محیط دایره بیان کرد. در قضیه‌ی پنجم نشان می‌دهند که نسبت محیط دایره به قطر مقداری است ثابت. در شکل (قضیه‌ی) ششم، با الهام گرفتن از **ارشمیدس** ثابت می‌کنند که این نسبت بین $۳\frac{۱۰}{۷۱}$ و $۳\frac{۱}{۷}$ واقع است. در قضیه‌ی بعدی، آنچه را که دستور **هرون**[۵] مربوط به مساحت مثلث نامیده می‌شود، ثابت می‌کنند؛ البته استدلال آنان کمی با آنچه که مؤلف «متریک» هرون آورده است، تفاوت دارد.

درباره‌ی مخروط و کره، خاطر نشان می‌کنیم که بنابر قضیه‌ی چهاردهم، مساحت سطح نیم کره مساوی است با دو برابر سطح دایره‌ی عظیمه‌اش، و بنابر قضیه‌ی پانزدهم، حجم کره مساوی است با حاصل ضرب نصف قطر در $\frac{۱}{۳}$ مساحت سطح کره. سپس مؤلفان با ارجاع به گفته‌ی **منلائوس**، روش پیچیده‌ی مساحی احجام را که به تعیین دو واسطه‌ی هندسی

نوشته: آ.پ. یوشکویچ[1]
ترجمه و تنظیم از: محمد علی شیخان

بین دو عدد معلوم منجر می‌شود، بیان می‌کنند؛ روشی که بنا به گفته‌ی **اوتوقیوس**[6]، شبیه به روش **آرخوتاس**[7] است.

(از شرح این روش در آثار منلائوس اطلاعی نداریم). مؤلفان، بلافاصله روش ساده‌تری را که اتوقیوس به **افلاطون** نسبت می‌دهد، شرح می‌دهند؛ روشی که در آن دیده می‌شود، چگونه یک ساختمان هندسی عملاً به کمک چند خط‌کش که به هم بسته شده‌اند و روی یک کولیس می‌لغزند، رسم می‌شود.

در شکل (قضیه‌ی) هیجدهم، مؤلفان موضوع تثلیث زاویه را به کمک یک دایره و یک خط‌کش مدرج، یعنی به‌وسیله‌ی روش «درج» شرح می‌دهند. بالاخره چگونگی روش محاسبه ریشه‌ی سوم یک عدد را که مکعب کامل نیست، با تقریب دلخواه برحسب کسرهای شصتگانی، نشان می‌دهند. برای این کار عدد مفروض N را که غرض به دست آوردن ریشه‌ی سوم آن است، برحسب احتیاج به ثالثه‌ها $\left(\frac{1}{60^3}\right)$، سادسه‌ها $\left(\frac{1}{60^6}\right)$، تاسعه‌ها $\left(\frac{1}{60^9}\right)$ و غیره تبدیل می‌کنند. سپس بزرگ‌ترین عدد صحیحی را جست‌وجو می‌کنند که مکعب آن در $N.60^{3n}$ بگنجد.

در این صورت، مقدار تقریبی (ریشه) را برحسب دقیقه‌ها، ثانیه‌ها و غیره به دست می‌آورند؛ یعنی: $\sqrt[3]{N} = \frac{\sqrt[3]{N.60^{3n}}}{60^n}$. ولی مؤلفان نمی‌گویند که این بزرگ‌ترین عدد را چگونه می‌توان به دست آورد. احتمال دارد که در آن عصر، روش استخراج ریشه‌ی سوم که بعداً در کتاب **نسوی** آمده، در بغداد شناخته شده بوده است. محتوای این کتاب و روشی که در آن تمام قضایا با استدلالشان بیان شده‌اند، پیشرفت‌های بزرگی را که در تحقیقات هندسی ظرف دو قرن در بغداد صورت گرفته بودند، نشان می‌دهد.

کتاب (هندسه‌ی) بنوموسی تأثیر فراوانی در تکامل بعدی علم هندسه داشته است. در چند قرن بعد، هنوز این اثر در شرق مورد مطالعه بود و مثلاً **نصیرالدین طوسی** آن را تحریر کرده است. همچنین ترجمه‌ی لاتین آن در اروپا به خوبی

شناخته شده بود. باز هم خاطر نشان می‌کنیم که بنا به گفته‌ی **سجزی**، ریاضیدان سده‌های دهم و یازدهم میلادی، برادران بنوموسی رسم بیضی را به وسیله‌ی به کار بردن نخ (روش باغبان) می‌شناخته‌اند. از آنان چند اثر دیگر در زمینه‌ی هندسه، به‌خصوص راجع به مقاطع مخروطی، و نیز درباره‌ی نجوم، استاتیک، فیزیک و غیره باقی مانده‌اند که یا با هم و یا جداگانه آن‌ها را تألیف کرده‌اند.

کتاب هندسه‌ی عملی[8] **ابوالوفا** که به محاسبان و دفترداران اختصاص داده شده است، مستقیماً وابسته به بخش هندسه‌ی کتاب جبر خوارزمی است. **ابوالوفا محمدبن محمد بوزجانی** (۹۴۰ تا تقریباً ۹۹۷) در بوزجان که یکی از شهرهای خراسان و بین هرات و نیشابور واقع است، به دنیا آمد. در سن ۲۰ سالگی از بوزجان به عراق مهاجرت کرد و به زودی در بغداد به عنوان ریاضیدان و منجم ماهری شهرت یافت. مالک چندین اثر بدیع از وی می‌باشیم که از آن جمله‌اند، شرح‌های مفصلی بر آثار **اقلیدس**، **دیوفانت** و **بطلمیوس**. بسیاری از آثارش به دست ما نرسیده‌اند. از وی آثاری باقی مانده است که به‌خصوص در هندسه و مثلثات حائز اهمیت هستند.

ابوالوفا در بخش هندسه‌ی کتاب خود که برای کاتبان نوشته است، بسیاری از مواد بخش هندسه‌ی کتاب خوارزمی را اقتباس و دسته‌ای از مواد دیگر را به آن اضافه کرده است؛ بدون آن‌که مانند خوارزمی، روش استدلال آن‌ها را بیان کند. مثلاً در آن، دستور محاسبه‌ی مساحت مثلث منسوب به هرون (که قبلاً به آن اشاره شده) و نیز دستور محاسبه‌ی سطح کره برحسب دایره‌ی عظیمه، و حجم کره برحسب قطر و محیط دایره‌ی عظیمه $\left(d^2 \cdot \frac{c}{6}\right)$ و همچنین، دستور محاسبه‌ی همین حجم برحسب سطح کره $\left(\frac{1}{3} \cdot \frac{s.d}{2}\right)$ دیده می‌شود. در تمام این محاسبات، ابوالوفا مقدار π را $\frac{22}{7}$ اختیار می‌کند. برای محاسبه‌ی مساحت سطح قطعه‌ی دایره برحسب قوس یا وتر، او جدولی از طول وترهای دایره‌ای به قطر ۱۴ برای کمان‌های $\frac{k}{22}.180^\circ$ ، $(k = 1,2,3,\dots,22)$ تشکیل می‌دهد؛ مقدار این وترها برحسب $\frac{1}{60}$ یعنی شعیر[9] و اجزای آن تعیین شده‌اند. علاوه بر این، ابوالوفا قاعده‌هایی را که برای محاسبه‌ی وترها در حالتی که قطر دایره دلخواه باشد و نیز دستور درج واسطه‌ی خطی را تعیین کرده است. علاوه بر جدول وترها که در مورد آن از **بطلمیوس** نام می‌برد، ابوالوفا دستوری ارائه می‌دهد که از روی آن، قطر دایره (یعنی d) برحسب عده‌ی اضلاع (n) و طول ضلع چند ضلعی منتظم محاطی (a_n) محاسبه می‌شود و آن را هندی می‌نامد:

$$d^2 = a_n^2\left[\frac{(n-1)n}{2} + 3\right].\frac{2}{9} = \frac{a_n^2(n^2 - n + 6)}{9}$$

همان‌گونه که به آسانی دیده می‌شود، این دستور مقدار دقیق قطر را وقتی که n مساوی با ۳، ۴ و ۶ باشد، معین می‌کند. خطای نقصانی به ازای $n=5$، تقریباً مساوی ۰/۱٪ و برای $n=10$ این خطا تقریباً ۱٪، و برای $n=20$ تقریباً ۲٪ است. حال آن‌که اگر n به سمت بی‌نهایت میل کند، خطا به سمت $\frac{\pi - 3}{3}$، یعنی به سمت کم‌تر از ۵٪ میل می‌کند. منشأ این دستور تقریبی مجهول است.

بالاخره، ابوالوفا برای تعیین فاصله یا ارتفاع اشیایی که در دسترس نیستند، روشی تعیین می‌کند که در آن، صفحه‌ی مستطیل شکلی با حاشیه‌ی مدرج که روی آن دوربین متحرکی نصب شده است، به کار می‌رود[10].

می‌دانیم که چند فصل از کتاب حساب **کَرَجی** به هندسه اختصاص دارد. مطالب این کتاب به اندازه‌ای شبیه به قسمتی

از کتاب هندسه‌ی ابوالوفاست که در این‌جا احتیاجی به شرح آن نیست. با این حال، دستور خاصی از این کتاب را که برای محاسبه‌ی حجم کره به کار می‌رود، ذکر می‌کنیم: $V = d^3\left(1-\frac{1}{7}-\frac{1}{7}\times\frac{1}{2}\right)^2$ ؛ که به ازای $\pi = \frac{22}{7}$ به این صورت درمی‌آید: $V = d\left(\frac{\pi d}{4}\right)^2$. اگر این دستور نتیجه‌ی اشتباه نسخه‌نویس کتاب نباشد، باید نتیجه گرفت که از نظر کرجی، حجم کره مساوی است با حجم متوازی‌السطوح قائمی که ارتفاعش مساوی قطره کره و قاعده‌اش مربعی به ضلع یک چهارم محیط دایره‌ی عظیمه‌ی آن باشد. این دستور روش ناهنجاری را به خاطر می‌آورد که بنا به گفته‌ی ابوالوفا، مسّاحان آن عصر در تربیع به کار می‌بردند.

اگر دایرةالمعارف دستی ریاضیدان مشهور ایرانی، **بهاءالدّین عاملی یعنی** «خلاصة الحساب» را در نظر بگیریم، دستور کرجی مطلب قابل توجهی ندارد. این کتاب پنج قرن پس از کرجی، دستور زیر را برای حجم کره داده است:

$$V = d^3\left\{\left(1-\frac{3}{14}\right)-\frac{3}{14}\left(1-\frac{3}{14}\right)-\frac{3}{14}\left[\left(1-\frac{3}{14}\right)-\frac{3}{14}\left(1-\frac{3}{14}\right)\right]\right\}$$
$$=\left(\frac{11}{14}d\right)^3$$

یعنی اگر عدد π را مساوی $\frac{22}{7}$ بگیریم، حاصل می‌شود: $V = \left(\frac{\pi d}{4}\right)^3$. به عبارت دیگر، برای بهاءالدین عاملی حجم کره مساوی است با حجم مکعبی که ضلعش $\frac{1}{4}$ محیط دایره‌ی عظیمه‌ی آن کره باشد. مقدار π که در دستور بهاءالدین به کار رفته، مساوی ۲/۹ است. بنابراین این مقدار π به حساب بهاءالدین، کمی بهتر از مقدار آن در دستور کرجی یعنی ۳/۷ است. از طرف دیگر، بهاءالدین در همین موضع از کتاب خود اشاره می‌کند: $V = \frac{d}{2}.\frac{S}{3}$.

در حالی که پیش از این، S یعنی مساحت سطح کره در برابر $4d^2\left(1-\frac{3}{14}\right)$ ، یعنی $\frac{22}{7}d^2$ نشان داده است.

ابوالوفا نیز کتابی درخصوص هندسه‌ی عملی برای صنعتکاران موسوم به: «**فی ما یحتاج الیه الصانع من اعمال الهندسیه**» نوشته است. یک نسخه‌ی خطی به زبان عربی از این کتاب و نیز یک ترجمه‌ی فارسی از آن که تقریباً هم‌زمان با آن تهیه شده، در دست است. این دو متن مکمل یکدیگرند.

کتاب دیگری، مرکب از یک مقدمه و ۱۲ باب شامل عده‌ی زیادی از ساختمان‌های مهم هندسی برای مسّاحی، مهندسی و نقشه‌برداری وجود دارد. جالب است که کتاب مذکور تقریباً ۱۸ مسأله دارد که به وسیله‌ی خط‌کش ساده‌ی غیرمدرج و پرگاری که گشادگی دهانه‌ی آن ثابت است، حل شده‌اند. استفاده از این وسایل گاهی توسط شرایط خود مسأله لازم می‌شود، ولی گاهی هم در خود ساختمان‌های هندسی مورد پیدا می‌کند. اهمیت عملی این نوع ساختمان‌ها ناشی از آن است که غالباً در سطح زمین رسم کردن چند دایره با شعاع‌های متفاوت فایده‌ی چندانی ندارد.

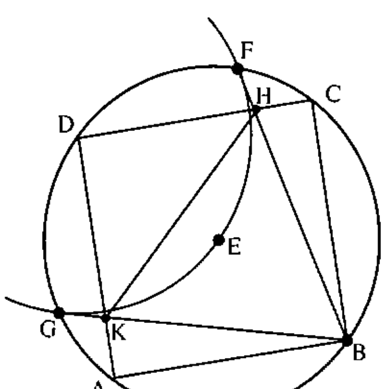
نخستین ساختمان‌های هندسی که با یک گشادگی ثابت پرگار رسم می‌شوند، احتمالاً از قاعده‌ی رسم با «طناب» بهره برده‌اند که اصل آن هندی است؛ البته این قاعده نزد یونانیان نیز دیده شده است. ولی افتخار این مطلب متعلق به ابوالوفاست که یک رشته از مسائل اساسی هندسی را در این قلمرو به‌طور منظم حل کرده و با روشنی کامل اهمیت به‌کار بردن این روش را در این گونه مسائل خاطر نشان کرده است. این‌که در برخی از مسائل به دلیل سادگی نمی‌توان گشادگی پرگار را به اختیار انتخاب کرد، بلکه باید مساوی با پاره‌خط معلومی گرفت، به هیچ وجه از اهمیت کار ابوالوفا نمی‌کاهد. در قرن شانزدهم میلادی، راجع به این موضوع نیز

پژوهش‌هایی در ایتالیا به علت احتیاجات عملی صورت گرفت. از بین کسانی که در این تحقیقات دست داشته‌اند، می‌توان **لئوناردداوینچی**[11] و **بندّتی**[12] و **تارتاگلیا**[13] و **کاردانو**[14]، سپس در آخر قرن هیجدهم **ماشرونی**[15] و در قرن نوزدهم **ژاکوب اشتینر**[16] آلمانی را نام برد.

ابوالوفا در مقدمه‌ی کتاب خود، به کمک خط‌کش و پرگاری با دهانه‌ی ثابت، طریقه‌ی استخراج عمود بر یک پاره‌خط از وسط یا از انتهای آن را معرفی کرده است. او در باب اول که شامل ساختمان‌های هندسی اساسی است، با همین روش‌ها، پاره‌خط دلخواهی را به چندین قسمت متساوی و زاویه‌ای را به دو قسمت متساوی تقسیم می‌کند. در باب دوم که به چند ضلعی‌های منتظم اختصاص دارد، ابوالوفا مثلث متساوی‌الاضلاع، مربع و ۵، ۶، ۸ و ۱۰ ضلعی منتظم را به فرض معلوم بودن یک ضلع آن‌ها می‌سازد. در باب سوم، روش محاط کردن مثلث و ۵، ۶ و ۸ ضلعی را در دایره‌ی معلومی شرح می‌دهد.

در همین باب‌ها، مؤلف چگونگی ترسیم خطوط متوازی، مماس بر دایره و ترسیم هفت ضلعی منتظم را شرح می‌دهد (برای ضلع هفت ضلعی منتظم او تقریباً نصف ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع محاط در همان دایره را انتخاب می‌کند). همچنین، چگونگی تثلیث زاویه و تضعیف مکعب و غیره را با روش مکانیکی بیان می‌کند. او در باب اول، دو روش برای ساختن آینه‌های سوزان پیشنهاد می‌کند. در روش اول، شکل هندسی آینه را که سهمی است، به وسیله‌ی دایره‌ای که شعاعش مساوی با دو برابر فاصله‌ی کانونی است، به دست آورده است. او روی عمودهای بر قطر دایره، پاره‌خط‌هایی متساوی با وترهای واصل بین یک انتهای قطر و فصل مشترک آن‌ها با محیط دایره رسم می‌کند؛ سرهای دیگر پاره‌خط‌هایی که به این ترتیب به دست می‌آیند، روی سهمی مطلوب قرار دارند. در روش دوم، ابوالوفا از دایره‌هایی استفاده می‌کند که مراکز آن‌ها روی نیم‌خط معلومی واقع شده‌اند و همه‌ی آن‌ها از مبدأ آن نیم خط می‌گذرند. گرچه این ترسیمات بسیار ساده هستند، ولی در آثار یونانیان دیده نمی‌شوند.[17]

در باب ششم، مؤلف چند ضلعی‌هایی را که در یکدیگر محاط و چند ضلعی‌هایی را که بر دایره محیط می‌گردند، شرح می‌دهد. برای مثال، یکی از پنج روشی را که برای محاط کردن مثلث متساوی‌الاضلاع در یک مربع به کار می‌رود، توضیح می‌دهد. ابتدا بر مربع معلوم ABCD، دایره‌ای محیط می‌کند و مرکز آن را E می‌نامد (شکل ۱). سپس به مرکز D و به شعاع DE، قوسی از دایره رسم می‌کند تا دایره‌ی مذکور را در نقاط F و G قطع کند و محل تلاقی BF و BG را با اضلاع DC و AD به ترتیب H و K می‌نامد. این نقاط و نقطه‌ی B رأس‌های مثلث متساوی‌الاضلاع BHK مطلوب است.

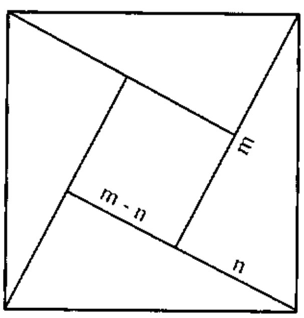


شکل ۱

ابوالوفا در باب‌های هشتم تا دهم، می‌پردازد به تقسیم دایره و شکل‌های محدود به خطوط راست، مانند تقسیم یک چهارضلعی به دو جزء معادل به وسیله‌ی خط راستی که از یکی از رأس‌های چند ضلعی می‌گذرد، و یا تعیین nاُمین قسمت

سطح یک متوازی‌الاضلاع به وسیله‌ی خط راستی که از نقطه‌ی مفروضی واقع در خارج آن رسم شود. البته اقلیدس پیش‌تر کتاب مفصلی درباره‌ی این مسائل تألیف کرده بود.

بالاخره، ابوالوفا در باب یازدهم، مسائل گوناگون مربوط به تبدیل مربع مفروضی به مجموع چند مربع و یا نمایاندن مجموع چند مربع به وسیله‌ی یک مربع را حل می‌کند. او می‌نویسد، بسیاری از هنروران به این مسائل احتیاج دارند، اما هیچ‌یک از روش‌هایی که به کار می‌برند، اساس درستی ندارد. به همین دلیل، قابل اطمینان نیست و صحت ندارد. ابوالوفا می‌خواسته است برای حل این قبیل مسائل روشی کلی معین کند. او ابتدا ساختمان‌های ساده‌تر تقسیم یک مربع به n^2 مربع یا به n^2+m^2 مربع معلوم را بیان می‌کند. در حالت اخیر، مسأله به استفاده از اتحاد $n^2 + m^2 = 2m.n + (m - n)^2$ منجر می‌شود؛ در این صورت او مربع مطلوب را به این نحو به دست می‌آورد که حول مربع $(m - n)^2$، چهار مثلث قائم‌الزاویه به اضلاع m و n می‌افزاید.

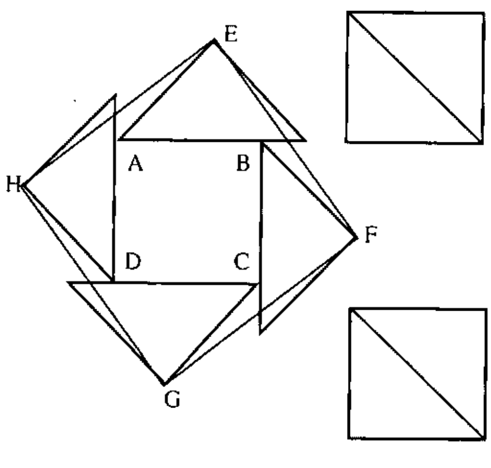


شکل۲

این ترسیم که به آسانی انجام می‌گیرد، نظیر ساختمانی است که در چین و هند با استفاده از آن قضیه‌ی فیثاغورث را اثبات می‌کردند (شکل ۲). این روش احتمالاً توسط هندیان به عالم اسلام منتقل شده است. مؤلف پس از مسائل مذکور بلافاصله به حل مسائل مشابه مربوط به تقسیم مربّع می‌پردازد.

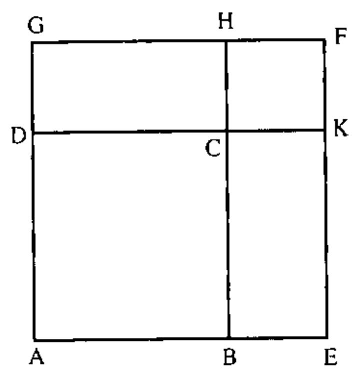
او سپس مسأله‌ی تشکیل یک مربع با عده‌ی دلخواهی از مربعات معلوم را حل می‌کند. البته حالت کلی حل این مسأله را بیان نمی‌کند، بلکه فقط مسأله‌ی پیدا کردن مربعی معادل با سه برابر مربع دیگر را بررسی می‌کند. جواب این مسأله، یعنی ضلع مربع مطلوب، وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای است که اضلاع زاویه‌ی قائمه‌اش مساوی با ضلع و قطر مربع مفروض باشد. «ابوالوفا می‌گوید که چنین حلی برای مهندس کفایت می‌کند، ولی در عمل قابل استفاده نیست.» البته در این جا مقصود این است که مربع معلومی را به اجزائی تقسیم کنیم که با ترکیب عده‌ای از آن‌ها، مربع جدیدی به دست آید.

شکل ۳ مسأله‌ی تشکیل یک مربع معادل با سه برابر مربع معلوم را به وسیله‌ی ابوالوفا نشان می‌دهد: سه مربع متساوی در نظر می‌گیرد، دو تا از آن‌ها را با رسم یک قطرشان به چهار مثلث تقسیم می‌کند و آن‌ها را حول مربع سوم مطابق شکل قرار می‌دهد. سپس رأس‌های E، F، G و H را متوالیاً به هم وصل می‌کند تا مربع مطلوب به دست آید. سطح مربع اخیر سه برابر سطح مربع مفروض ABCD است، زیرا مثلث‌های کوچکی که در اطراف مربع EFGH قرار دارند، معادل با مثلث‌هایی هستند که داخل این مربع قرار گرفته‌اند.



شکل۳

سپس ابوالوفا دو مربع معلوم را که اضلاعشان دارای طول‌های متفاوتی هستند، به یک مربع تبدیل می‌کند. برای این کار مربع کوچک ABCD را مطابق شکل ۴ روی مربع بزرگ‌تر AEFG قرار می‌دهد. در این صورت، مجموع دو مربع به کمک دو مستطیل متساوی ABHG و AEKD و مربع CKFH تشکیل می‌شود.



شکل ۴

سپس دو مستطیل مذکور را به چهار مثلث قائم‌الزاویه متساوی تجزیه می‌کند و آن‌ها را به طریقی که می‌دانیم، حول مربع CKFH قرار می‌دهد. به این ترتیب، مربعی معادل با مجموع دو مربع مفروض به دست می‌آورد. بالاخره به حل مسأله‌ی تجزیه‌ی یک مربع به دو مربع که طول ضلع یکی از آن‌ها معلوم باشد، می‌پردازد.

حل مسأله‌ی ترسیم مربعی که مساحتش مساوی با مجموع مساحت‌های دو مربع معلوم باشد، توسط ابوالوفا، شامل عناصر یکی از استدلال‌های قضیه‌ی فیثاغورث است که مبتنی است بر اصل مقایسه‌ی شکل‌هایی که از قسمت‌های مناسب تشکیل یافته‌اند. اصل مزبور به خصوص در این جا به نحو جالبی بیان شده است. پیش از این در قرن نهم، ثابت بن قرّه استدلال مشابهی به کمک ترسیم بیان می‌کند که کمی با استدلال شکل ۲ فرق دارد. این استدلال، موضوع مقایسه‌ی شکل‌هایی را که از قسمت‌های مناسب تشکیل شده‌اند، بهتر روشن می‌ساخت. استدلال قرّه توسط نیریزی به ما رسیده است.

در باب دوازدهم، ابوالوفا مسأله‌ی تجزیه‌ی سطح کره به کثیرالاضلاع‌های منتظم کروی را مورد بررسی قرار می‌دهد. زوایای هر یک از این کثیرالاضلاع‌ها همان زوایای کثیرالوجوه‌های نظیر آن‌هاست. [مقصود کثیرالوجوهی است که رأس آن مرکز کره، و قاعده‌اش کثیرالاضلاع‌های مذکور

زیرنویس

1. ADOLF P.YOUSCHKEVITCH

۲. درباره‌ی پسران موسی بن شاکر، معروف به اخوان ثلاثه می‌توانید به کتاب «مقدمه بر تاریخ علم»، نوشته‌ی جرج سارتن، صفحه‌ی ۶۵۲ نیز مراجعه فرمایید.

3. Gérard de Crémone

4. exhaustion

5. Héron

6. Eutocius

7. Archytas

۸. کتاب

Le Livre sur l'arithmétique nécessaire aux scribes et aux marehands

که در صفحه‌ی ۲۷ کتاب «ریاضیات عرب» نوشته یوشکویچ از آن گفت‌وگو شده است.

۹. کلمه‌ی «شعیر» به عنوان واحدی که برای اندازه‌گیری طول یا سطح به کار رفته باشد، در جایی دیده نشده و یقیناً اشتباه است.

۱۰. معمولاً چنین صفحه‌ای را پشت اسطرلابی نصب می‌کردند.

11. Léonard de vinci

12. G.Benedetti,

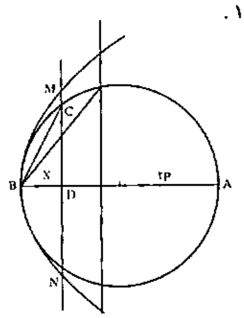
13. N.Tartaglia

14. G.Gardano

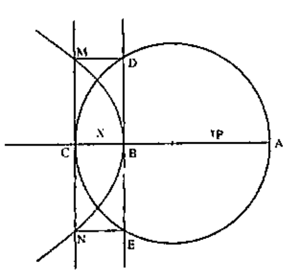
15. L.Macheroni

16. Jakob Steiner.

۱۷.



ساختمان اول



ساختمان دوم

درباره‌ی ساختمان اول: به فرض این که $AB=۲p$ قطر دایره باشد، بنا به خواصی که در دایره می‌شناسیم، داریم: $\overline{BC}^۲ = AB.BD$. بر طبق

باشد . م]، اما ابوالوفا به این مطلب اشاره نکرده است .

ساختمان‌های هندسی جالب و در عین حال ساده‌ای که در این باب ذکر شده‌اند، شامل پنج کثیرالوجوه منتظم [مقصود اجسام افلاطونی است . م] و همچنین دو عدد از سیزده کثیرالوجوه‌های نیم منتظمی است که ارشمیدس کشف کرده است . این دو کثیرالوجوه عبارتند از : اولاً، یک چهارده وجهی که وجوهش از هشت مثلث و شش مربع تشکیل می‌شود، و ثانیا، یک ۳۲ وجهی که وجوهش ۲۰ مثلث و ۱۲ پنج ضلعی است . ابوالوفا ساختمان سه کثیره الوجوه نیم منتظم دیگر را هم شرح می‌دهد که صحیح نیستند .

منابعی که در این باره از آن‌ها استفاده کرده است، درست شناخته نشده‌اند . علاوه بر کتاب اصول اقلیدس، ابوالوفا بدون تردید از کتاب پاپوس هم باید استفاده کرده باشد، اما ساختمان‌های هندسی متفاوت وی در آثار پیشینیان دیده نمی‌شود و به نظر می‌رسد که باید آن‌ها را به خود او نسبت داد . مدت‌ها بعد از آن، س . استون[18] و ژ . کپلر[19] از نو چند وجهی‌های نیم منتظمی را مورد توجه قرار دادند که پاپوس درباره‌ی آن‌ها تقسیم‌بندی و شرح مختصری داده بود، ولی اطلاعات زیادی از آن حاصل نمی‌شد[20] .

ساختمان هندسی، چون $DM=BC$، اگر BD را مساوی x و DM را مساوی y بگیریم، خواهیم داشت: $y^2=2px$ در نتیجه نقطه‌ی M روی سهمی است .

درباره‌ی ساختمان دوم: روی نیم خط AC به مبدأ A، پاره‌خط AB را مساوی $2p$ اختیار می‌کنیم و دایره‌هایی با قطرهای به طول متغیر AC رسم می‌کنیم و وترهای DE را (در نقطه‌ی ثابت B) عمود بر آن می‌کشیم . بر طبق خواص دایره داریم: $BD^2=CB.BA$. پس اگر CB را با x و $CM=BD$ را با y نشان دهیم، خواهیم داشت: $y^2=2px$ یعنی نقطه‌ی M روی سهمی است .

18. S.Stevin

19. J.Kepler

۲۰ . در استانبول، یک نسخه‌ی خطی عربی از این کتاب موجود است که از نسخه‌ای که سوتر مورد استفاده قرار داده، کامل‌تر و به نسخه‌ی خطی فارسی مورد استفاده‌ی وپکه نزدیک‌تر است . با این حال، نسخه‌ی خطی استانبول هم کامل نیست .

منبع: کتاب «ریاضیات عرب» نوشته‌ی یوشکویچ .