شگفتی‌های آفرینش

پیش گفتار

راجع به زنبور عسل و حقیقت زندگی این حشره، از سوی دانشمندان و پژوهشگران مطالعات و تحقیقات زیادی صورت گرفته و اظهارنظرهای متفاوتی عنوان شده‌اند. ریشه‌ی این تحقیق را می‌توان در قرن‌ها و عصرهای باستان نیز مشاهده کرد. پاره‌ای از این گفته‌ها و نوشته‌ها، بدون توجه کافی به حقایق زندگی این حشره، از تصورات و برداشت‌های شخصی ناشی شده‌اند.

مطالعه‌ی واقعی درباره‌ی طرز زندگی زنبور عسل، از قرن هفدهم شروع شد و اندیشمندان زیادی که نام عده‌ای از آن‌ها در این مقاله آمده است، توانستند با پیشرفت علم و تکنیک و انتخاب ابزارهای مناسب، تحقیقات بهتری صورت دهند و مطالب دقیق‌تری از وضع زندگی این حشره و هوش و ذکاوتش منتشر کنند.

مقاله‌ی حاضر که از کتابی به نام «شگفتی‌های هندسی»[1] انتخاب و مفهوم آن ترجمه شده است، نمونه‌ای از تحقیقی شگفت و ظریف از سوی پژوهشگران در قرن‌های گذشته می‌باشد که درباره‌ی هوش و ذکاوت زنبور به عمل آمده است. بدیهی است، دربرگردان متن بیش‌ترین توجه روی نمایاندن این هوش و ذکاوت حشره در ارتباط با ساختمان سلول‌ها از لحاظ هندسی متمرکز بوده است.

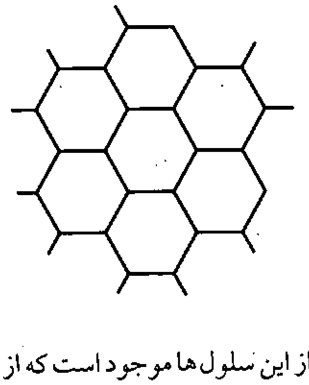
ضمناً، هر جا به توضیحات حاشیه‌ای احتیاج بوده، به آن‌ها اشاره شده و از ترجمه‌ی تفصیلی سایر نظریه‌های پژوهشگران درباره‌ی زندگی این حشره که در کتاب‌های دیگر هم آمده، صرف نظر شده است. امید است، مورد توجه خوانندگان محترم قرار گیرد.

محمد علی شیخان

سلول‌های «کندوی» زنبور عسل

الف) شکل و ترتیب چیدن

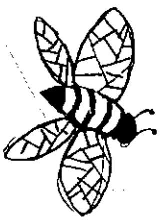
هر گاه یک (شان) از موم را که زنبور عسل به منظور ذخیره‌سازی عسل می‌سازد، مورد بررسی قرار دهیم، معلوم می‌شود از سلول‌های کنار هم چیده شده‌ای ساخته شده است. که هر یک محوری افقی و دهانه یا منفذی به شکل شش ضلعی منتظم دارد (شکل ۱).

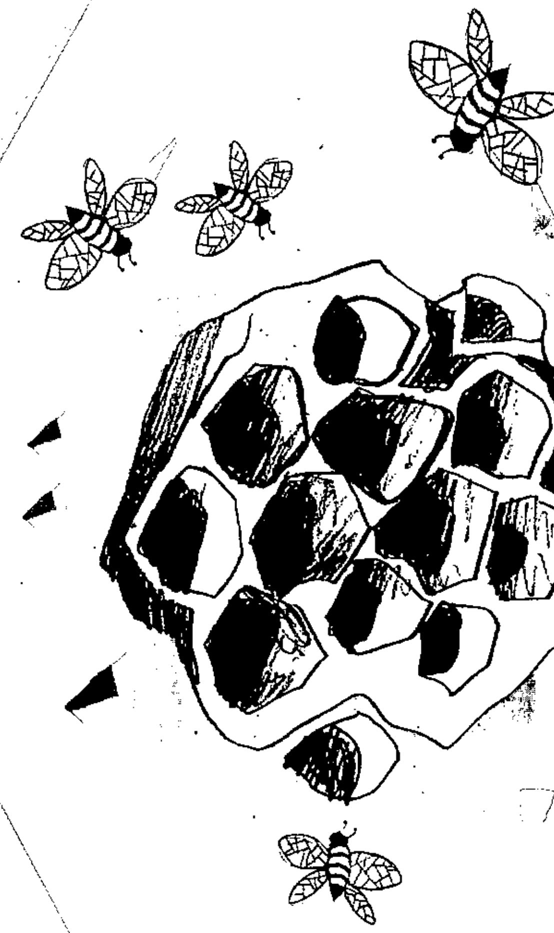


شکل ۱

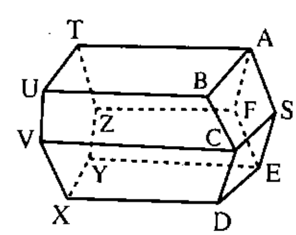
دو ردیف از این سلول‌ها موجود است که از ته (یا پایه) در وسط (شان) به هم متصل هستند و دهانه‌های آن‌ها در دو وجه مقابل (شان) قرار گرفته است یعنی هر سلول یک منشور قائم شش پهلو است.

پایه‌ی سلول مسطح نیست، بلکه سطحی است مقعر (گود)، متشکل از سه لوزی متساوی SABC و SCDE و SEFA به رأس مشترک S (شکل ۲). به این ترتیب، به هر سلول (از یک طرف) سه سلول از مجموعه سلول‌های طرف دیگر متکی است که هر یک با اولی در یک لوزی مشترک است (شکل‌های ۳ و ۴).





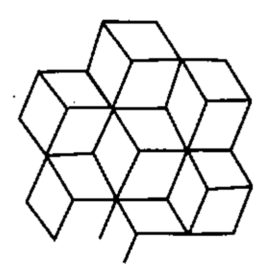
اندازه‌ی زاویه‌های ABC و SCB به ترتیب مساوی است با ۱۰۹°,۲۸´ و ۷۰°,۳۲´، و اندازه‌ی ضلع شش ضلعی به‌طور متوسط ligne[۲] $۱\frac{۱}{۵}$ (یا ۲/۷۱ mm) و عمق سلول مساوی ۵lignes (یا ۱۱/۳ mm) و $\frac{AT}{TU}=\frac{۲۵}{۶}$ است. اما ضخامت دیواره‌ها و پایه سلول به زحمت به $\frac{۱}{۳}$ کلفتی برگی از کاغذ معمولی می‌رسد. وانگهی دهانه (یا منفذ) هر سلول با حاشیه‌ای (یا مغزی) از موم استحکام یافته است. بالاخره همین دهانه، برای جلوگیری از ریزش عسل، با ورقه‌ی شش ضلعی شکلی از جنس موم، بسته شده است.



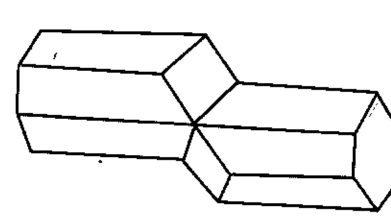
شکل ۲

مزیت این تدارکات

موضوع پوشاندن صفحه‌ای به‌وسیله‌ی چند ضلعی‌های منتظم محدب، به‌طوری‌که هر دو چند ضلعی مجاور هم، در یک ضلع و رأس‌های مربوط به آن ضلع مشترک باشند، تداخلی بین چند ضلعی‌ها صورت نگیرد و جای خالی حول وحوش هیچ رأسی باقی نماند، خود بحثی است جداگانه و از دو نظر می‌تواند، مورد مطالعه قرار گیرد: یکی پوشاندن صفحه چند ضلعی‌های منتظم محدب هم‌نوع، و دیگری پوشاندن صفحه با انواع متفاوت چندضلعی‌های منتظم. در مورد اول، تنها می‌توان با انتخاب مثلث متساوی‌الاضلاع، مربع و یا شش ضلعی منتظم محدب، به این کار موفق شد.[۳]


شکل ۳

با توجه به این موضوع به نظر می‌رسد، دو نوع اول چندضلعی‌ها که محوطه‌های زاویه‌دار زیادی را پدید می‌آورند، برای لاروها (یعنی بچه زنبورها و در نتیجه زنبورها) غیر قابل استفاده‌اند، و برعکس، شش ضلعی منتظم به سبب آن‌که بیش‌تر با دایره مقایسه می‌شود و شبیه آن است


شکل ۴

مناسب‌تراند.

اما به‌ویژه آشکار است، هدف زنبور عسل یافتن راهی است تا موم را که محصولی ناپیدا و از دست رفته برای جانور است، تلف نکند. به‌عبارت دیگر، جانب اقتصاد را از نظر صرف موم برای ساختن سلول‌های کندو، مراعات کند.

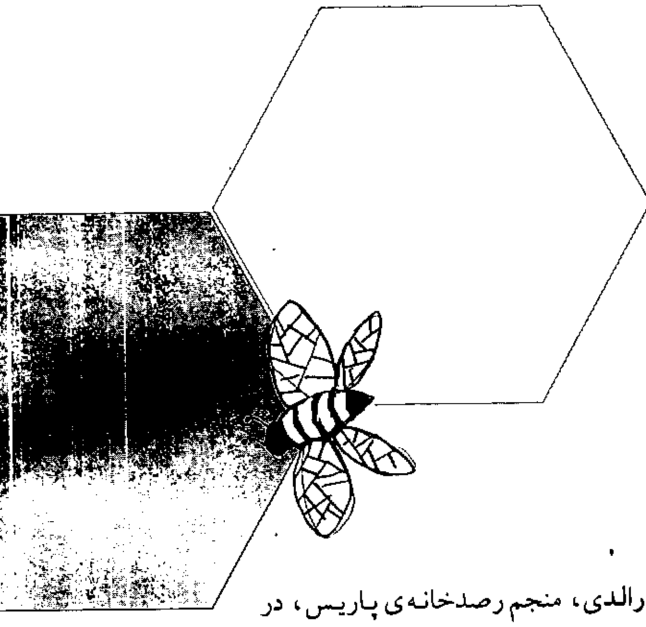
اتکا (یا اتصال) سلول‌ها از پایه به‌هم که باعث حذف یکی از پایه‌های سلول‌های یکی از دو طرف (شان) می‌شود نیز به‌همین منظور است. به‌علاوه، همان‌طور که اشاره شد، شش ضلعی منتظم یکی از سه نوع چندضلعی‌های منتظم محدبی است که می‌توان بدون جاخالی آن‌ها را کنار هم چید. به‌زودی ثابت خواهیم کرد که برای یک سطح معلوم، شش ضلعی منتظم کوچک‌ترین محیط را دارد و در نتیجه، با استفاده از آن، برای ساختن بدنه‌ی سلول به موم کم‌تری نیاز است. همان‌طور که در ادامه خواهیم دید، مقطع مشترک لوزی شکلی که زنبور عسل برای پایه‌ی سلولی انتخاب می‌کند، متناسب است با کامل‌ترین سطح کوچکی که برای ساختن آن، موم کمی احتیاج است. این قوه‌ی درک و شعور زنبورهاست که آن‌ها را هدایت می‌کند تا در این دو مورد چنین تصمیمی بگیرند.

یک مطلب تاریخی

در روزگاران قدیم، به شکل شش پهلو بودن سلول‌های کندوی زنبور عسل پی برده بودند. **ارسطو** (قرن چهارم قبل از میلاد) در کتاب «تاریخ حیوانات» خود (مقاله‌ی نهم، فصل ۲۷) و **پلین لانسین**[۴] (قرن اول) در کتاب «تاریخ طبیعی»اش (مقاله‌ی ۱۱، فصل ۱۲)، از آن نام می‌برند.

به‌نظر می‌رسد اول بار **پاپوس**[۵] (قرن چهارم) این موضوع را به‌طریق هندسی شرح داد.

او در آغاز مقاله‌ی پنجم از مجموعه‌ی نوشته‌های خود، به این شکل از مقطع سلول‌های کندو توجه کرد و انگیزه‌ی انتخاب آن را برای پوشش صفحه با دو شرط مربوط به محیط مینیمم برای یک سطح معلوم بیان داشت. ولی قابل ذکر است که به لوزی شکل بودن پایه‌ی سلول‌های کندو تا قبل از قرن هیجدهم توجهی نشده بود. برادرزاده‌ای از **کاسینی‌ها**[۶] به‌نام



مارالدی، منجم رصدخانه‌ی پاریس، در سال ۱۷۱۲ از طریق تجربه و با دقت، زوایای لوزی‌ها را معین کرد و مقادیر (´۲۸,°۱۰۹) و (´۳۲,°۷۰) را برای این زوایا پیدا کرد.

رئومور[۷] (محققی که درباره‌ی حشرات به تحقیق پرداخته و کتاب‌هایی در سال‌های ۱۷۴۰ و ۱۷۴۲ در پاریس منتشر کرده است)، بدگمان از این‌که نیت صرفه‌جویی، زنبورها را به ساختن سلول‌هایی با چنان پایه‌هایی وادار کرده باشد، به مهندسی آلمانی به‌نام **کونیگ**[۸]، بدون آن‌که نتایج به‌دست آمده‌ی قبلی مارالدی را باوی در میان گذارد، پیشنهاد کرد این مسأله را حل کند: «بین تمام سلول‌های شش پهلو با پایه‌ی مرکب از سه لوزی متساوی، آن را معین کنید که بتوان با کم‌ترین ماده ساخت.»

کونیگ، در سال ۱۷۳۹ مسأله را با حساب دیفرانسیل حل کرد و دریافت که باید زوایای لوزی‌های سلول، دست کم مساوی (´۲۶,°۱۰۹) و (´۳۴,°۷۰) باشند. مطابقت این مقادیر با اندازه‌هایی که مارالدی به‌دست آورده بود، شگفت‌آور بود. **ماک‌لورن**[۹] در سال ۱۷۴۳ ثابت کرد که **کونیگ** در محاسباتش مرتکب خطا شده و مقادیر درست زوایا دقیقاً همان است که مارالدی معین کرده است؛ یعنی: (´۲۸,°۱۰۹) و (´۳۲,°۷۰).

چندی بعد، همین مسأله از نقطه نظر هندسی به وسیله‌ی ریاضیدانان دیگری بررسی شد، و از بین آنان، **لویی لیه**[۱۰] (۱۷۸۱)، **لالان**[۱۱] (۱۸۴۰)، **بروگام**[۱۲] (۱۸۵۸) و **هنسی**[۱۳] (۸۶ـ۱۸۸۵) همان نتایج پیشین را تأئید یا کامل کرده‌اند.

ب) خواص هندسی

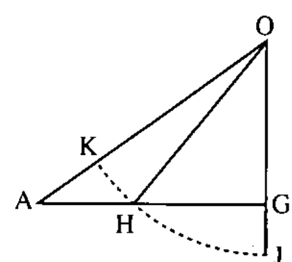
مقطع قائم سلول

۱ . شش ضلعی منتظم با کنار هم چیده شدن می‌توانند، صفحه‌ای را به طور نامحدود بپوشانند. در واقع، اطلاع پیدا کردیم که در این رابطه، از شش ضلعی منتظم، مثلث متساوی‌الاضلاع و مربع، یکسان می‌توان استفاده کرد.

۲ . از بین تمامی این گونه چندضلعی که می‌توانند با کنار هم چیده شدن، صفحه‌ای را بپوشانند، آن که کم‌ترین محیط را برای یک سطح معلوم نشان می‌دهد، شش‌ضلعی منتظم است (پاپوس، قرن چهارم میلادی).

در ادامه، اثبات نظریه‌ی فوق خواهد آمد، اما چون **کاماندین**[14] در قرن شانزدهم این اثبات را بازسازی و کامل کرده است، ابتدا لِم زیر را که اشاره به همین مطلب است، ثابت می‌کنیم.

لِم: اگر OG و AG دو خط عمود بر هم باشند و OH و OA دو مایل نسبت به AG، خواهیم داشت: $\frac{AG}{HG} > \frac{\angle AOG}{\angle HOG}$ (شکل۵).



شکل ۵

زیرا اگر به مرکز O و به شعاع OH قوسی رسم کنیم تا OA را در K و امتداد OG را در J قطع کند، واضح است داریم: (مساحت قطاع OKH) > (مساحت مثلث OAH) و (مساحت قطاع OHJ) < (مساحت مثلث OHG)

از آن‌جا:

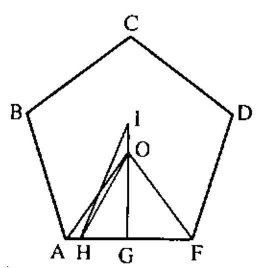
$$\frac{\text{م. مثلث OAH}}{\text{م. مثلث OHG}} > \frac{\text{م. قطاع OKH}}{\text{م. قطاع OHJ}}$$

حال اگر در دو طرف این نامساوی، عضو به عضو نسبت‌های مساوی‌شان را قرار دهیم نتیجه می‌شود:

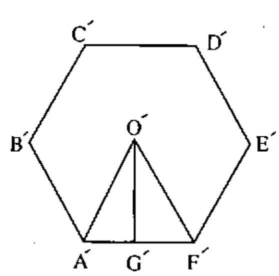
$$\frac{AH}{HG} > \frac{\angle AOH}{\angle HOG}$$

پس از ترکیب نسبت‌ها در صورت و خلاصه کردن، با توجه به شکل داریم: $\frac{AG}{HG} > \frac{\angle AOG}{\angle HOG}$

حال برای رسیدن به مطلبی که از آن صحبت شد، استدلال پاپوس را دنبال و ثابت می‌کنیم، اگر تعداد اضلاع دو چندضلعی منتظم O و O′ (چندضلعی بر اساس مراکزشان نامیده شده‌اند) متفاوت، ولی محیط‌های آن‌ها مساوی باشند، مثلاً اگر تعداد اضلاع O′ بیش‌تر باشد، مساحتش نیز بیش‌تر خواهد بود (شکل ۶ و ۷).



شکل ۶



شکل ۷

در حقیقت، اگر G و G′ به ترتیب اوساط اضلاع AF و A′F′ از چندضلعی‌های O و O′ باشند، در صورتی که: AF > A′F′، در نتیجه: AG > A′G′. آن‌گاه می‌توان GH را روی AG مساوی G′A′ جدا کرد و با وصل H به O داریم:

محیط P) $\frac{A'F'}{P} = \frac{\angle A'O'F'}{\text{۴ قائمه}}$ و $\frac{AF}{P} = \frac{\angle AOF}{\text{۴ قائمه}}$

چندضلعی‌ها است) از آن‌جا داریم: $\frac{AF}{A'F'}=\frac{\angle AOF}{\angle A'O'F'}$ که نتیجه می‌شود:

$$\frac{AG}{HG}=\frac{\angle AOG}{\angle A'O'G'}$$

ولی بنا به لم بالا: $\frac{AG}{HG}>\frac{\angle AOG}{\angle HOG}$. پس:

$\frac{\angle AOG}{\angle A'O'G'}>\frac{\angle AOG}{\angle HOG}$ ، و در نتیجه داریم:

$\angle A'O'G'<\angle HOG$ و $\angle G'A'O'>\angle GHO$.

حال: اگر $\angle GHI$ را مساوی $\angle G'A'O'$ بگیریم، I روی امتداد GO قرار می‌گیرد. پس $IG>OG$ یا $O'G'>OG$.

از طرف دیگر، مساحت کثیرالاضلاع O مساوی است با: $\frac{P\times OG}{۲}$ و مساحت کثیرالاضلاع 'O مساوی است با: $\frac{P\times O'G'}{۲}$.

در نتیجه:

مساحت کثیرالاضلاع O > مساحت کثیرالاضلاع 'O .

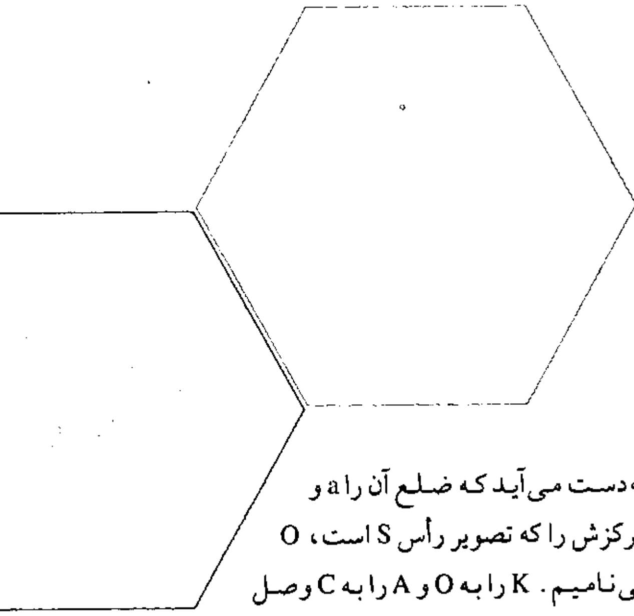
برعکس، اگر مساحت‌های کثیرالاضلاع‌های O و 'O مساوی باشند، محیط 'O کم‌تر از محیط O خواهد شد.

پس: **محیط شش‌ضلعی منتظم برای یک سطح معلوم، کوچک‌تر است از محیط مربع و یا محیط یک مثلث متساوی‌الاضلاع که دارای همان مساحت باشد.**

پایه سلول

۳. مساحت کل سلولی با مقطع و ارتفاع معین، وقتی کم‌ترین است که پایه‌ی آن لوزی شکل و از لوزی‌های متساوی تشکیل شده باشد.

در این جا روش **مک‌لورن** را که برگرفته از کتاب هندسه‌ای باستانی است، به‌کار خواهیم برد. زیرا در زمره‌ی نمونه کارهای قابل توجه است. فرض می‌کنیم سلولی با پایه‌ای از لوزی‌های متساوی SABC، SCDE و... به ضلع c تشکیل شده باشد (شکل ۸). مقطع قائم مار بر رأس A را رسم می‌کنیم. در شکل، شش‌ضلعی منتظم... AKCL

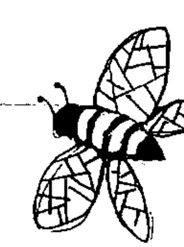


به‌دست می‌آید که ضلع آن را a و مرکزش را که تصویر رأس S است، O می‌نامیم. K را به O و A را به C وصل می‌کنیم (شکل ۸) و از AC صفحه‌ی دلخواهی می‌گذرانیم که فصل مشترک آن با صفحات TABU، UBCV، ASO و CSO، لوزی AG'CG را نتیجه می‌دهد. بالاخره، یال AT را با l و نیم‌قطر AP را با d نشان می‌دهیم. در حالی که فقط $\frac{۱}{۳}$ سلول را مشخص کرده‌ایم، باید صفحه‌ی AG'CG را چنان رسم کنیم تا مساحت‌های حاصل از ذوزنقه‌های TAGU و UGCV و لوزی AG'CG مینیمم شود؛ یعنی: $(l+GU)a+۲d.GP$ می‌نیمم باشد. عبارت فوق را می‌شود چنین نوشت: $(l+l-Gk)a+۲d.GP$ یا $۲la-a.Gk+۲d.GP$.

اما حاصل‌ضرب $۲.l.a$ مقدار ثابتی است. پس مسأله به تعیین مینیمم عبارت $۲d.GP-a.Gk$ (۱) منجر خواهد شد.

فرض می‌کنیم، B روی UK طوری انتخاب شده باشد که: $\frac{BK}{BP}=\frac{a}{۲d}$ (۲). به مرکز P و به شعاع PG در صفحه BKP قوسی رسم می‌کنیم تا BP یا امتداد آن را در J قطع کند. KH و GI را عمود بر PB رسم می‌کنیم. از تشابه مثلث‌های قائم‌الزاویه GIB، KHB و PKB و نیز با توجه به رابطه‌ی (۲) می‌توان نوشت: $\frac{BI}{BG}=\frac{BH}{BK}=\frac{BK}{BP}=\frac{a}{۲d}$ یا: $\frac{BH-BI}{BK-BG}=\frac{IH}{GK}=\frac{a}{۲d}$ از آن‌جا: $a.GK=۲d.HI$. آن‌گاه عبارت (۱) را می‌توان چنین نوشت:

$$\begin{aligned}۲d.GP-a.GK &= ۲d.GP-۲d.HI=۲d(GP-HI)\\ &=۲d(JI+HP)\end{aligned}$$



اما d و HP مقداری است ثابت.

پس تحقیق می‌کنیم، چه وقت مقدار JI مینیمم است. پیدا است، این هم درازای JI=۰ می‌نیمم خواهد بود؛ یعنی موقعی که نقاط J و I بر هم منطبق شوند یا موقعی که G روی B قرار گیرد. بنابراین، مینیمم مطلوب زمانی حاصل می‌شود که صفحه‌ی قاطع از B که به‌وسیله‌ی رابطه‌ی (۲) مشخص شده است، بگذرد. این وضع از صفحه‌ی قاطع، دقیقاً همان چیزی است که در سلول‌ها وجود دارد.

تبصره: اولاً، آنچه که گفته شد بدون در نظر گرفتن ورقه‌ی شش‌ضلعی دهانه‌ی سلول بود، ولی چون سطح این ورقه ثابت است، نتیجه‌ای که در بالا به‌دست آورده‌ایم، تغییر نمی‌کند.

ثانیاً، منشور قائمی که به‌قاعده‌ی شش‌ضلعی... AKCL است و خود سلول، ظرفیت (حجم) مساوی دارند، زیرا در حالی که فقط $\frac{1}{3}$ حجم آن‌ها مشخص شده است، دیده شد که هرم‌های BAKC و SAOC مساوی‌اند. ولی دیدیم و ثابت شد که مساحت‌های آن‌ها مساوی نیستند.

۴. زوایای لوزی متقابلاً مساوی‌اند با: $(109°, 28', 16'')$ و $(70°, 31', 44'')$.

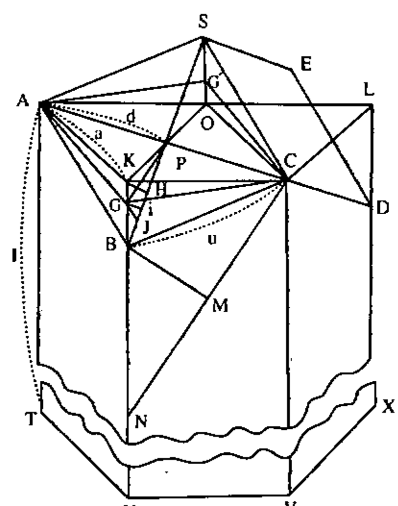
از مثلث قائم‌الزاویه‌ی BKP داریم:

$$\overline{BP}^2 = \overline{BK}^2 + \overline{KP}^2$$

به‌جای BK مقدار مساوی‌اش $BP.\frac{a}{2d}$ را قرار می‌دهیم (رابطه‌ی ۲)، و نیز به‌جای KP مقدار $\frac{a}{2}$ را. نتیجه می‌شود: $BP = \frac{ad}{\sqrt{4d^2 - a^2}}$. و چون: AP=d، پس: $\frac{AP}{BP} = \frac{\sqrt{4d^2 - a^2}}{a}$. ولی d نصف ضلع AC از مثلث متساوی‌الاضلاع محاط در دایره‌ی به شعاع a، و مقدارش مساوی $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ است. پس: $\frac{AP}{BP} = \sqrt{2}$.

از این قرار، اندازه‌ی قطر بزرگ‌تر یکی از لوزی‌های پایه، مساوی با قطر مربعی است که به‌ضلع قطر کوچک‌تر ساخته می‌شود. به‌علاوه، قطر کوچک‌تر، یعنی BS، مساوی $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ است. از طرف دیگر می‌دانیم: $tg\,A\hat{B}P = \frac{AP}{PB}$ و به کمک جدول، مقدار تانژانت هر زاویه را می‌توان به‌دست آورد و برعکس.

چون: $\sqrt{2} = tg54°, 44', 8''$ و در نتیجه: $A\hat{B}C = 109°, 28', 16''$، زاویه‌ی BCS که مکمل آن است، مساوی است با: $70°, 31', 44''$ (شکل ۸).



شکل ۸

۵. اندازه‌ی یک ضلع لوزی، سه برابر طول BK یا SO است. از مثلث‌های قائم‌الزاویه‌ی BPC و BKP داریم:

$\overline{BC}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{PC}^2$ یا $\overline{BC}^2 = \frac{d^2}{2} + d^2$ یا $\overline{BC}^2 = \frac{9a^2}{8}$.

از آن‌جا: $BC = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$ و $\overline{BK}^2 = \overline{BP}^2 - \overline{KP}^2 = \frac{d^2}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{8}$

یا: $BK = \frac{a\sqrt{2}}{4}$ و در نتیجه: $BC = 3BK$ (شکل ۸).

به‌علاوه دیده می‌شود که BK مساوی $\frac{1}{4}$ ضلع مربع محاط در دایره‌ی به شعاع a است.

تبصره ۵: مربع اندازه‌ی هر یک از پاره‌خط‌های مستقیم‌الخط زیر با توجه به شکل ۸، یعنی AP، AK، AB، BP، KP و BK به ترتیب مساوی‌اند با: $\frac{3a^2}{4}, a^2, \frac{9a^2}{8}$، $\frac{3a^2}{8}, \frac{a^2}{4}, \frac{a^2}{8}$. و یا اگر $\overline{BK}^2$ را واحد اختیار کنیم، مساوی‌اند با: ۹، ۸، ۶، ۳، ۲ و ۱.

۶. **زوایای حول هر کنج مانند A، B، C، D و ... با هم مساوی‌اند.**

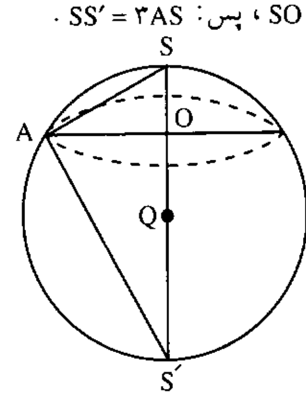
زیرا اگر روی BU طول BN را مساوی BC بگیریم و BM را عمود بر CN رسم کنیم، از مثلث قائم‌الزاویه‌ی NKC با توجه به این‌که: $NK = 4BK = a\sqrt{2}$ نتیجه می‌شود:

$\overline{CN}^2 = \overline{NK}^2 + \overline{KC}^2 = 3a^2$ یا $CN = a\sqrt{3} = AC$

پس دو مثلث NBC و ABC به حالت تساوی سه ضلع مساوی هستند و در نتیجه: $N\hat{B}C = A\hat{B}C$. به همین ترتیب: $N\hat{B}A = A\hat{B}C$. وجوه کنج C نیز مساوی‌اند، چون مکمل زاویه‌ی سه وجهی B هستند. و...

۷. **هرم مثلث القاعده‌ی SACE** که سلول «کندو» مختوم به آن است، قابل محاط در کره‌ای است که قطر آن سه برابر ضلع لوزی است.

قاعده‌ی این هرم، مثلث متساوی‌الاضلاع ACE است (شکل ۸) که می‌توان آن را در دایره‌ای به مرکز O و به شعاع OA=a محاط کرد. حال می‌توانیم ثابت کنیم این دایره، دایره‌ی صغیره‌ای است به قطب S متعلق به کره‌ای به مرکز Q واقع روی SO (شکل ۹). از مثلث قائم‌الزاویه‌ی ASS' نتیجه می‌شود: $\overline{AS}^2 = SS'.SO$. از این جا: $SS' = \frac{\overline{AS}^2}{SO}$. چون: $SO = \frac{AS}{3}$، پس: $SS' = 3AS$.



شکل ۹

مقایسه سلول کندو با سلولی دارای پایه‌ی صاف

دیدیم (شماره‌ی ۳، تبصره، ثانیاً) که سلول کندو و یک سلول دارای پایه‌ی صاف که اندازه‌ی ضلع مقطعشان با هم و طول یال‌های آن‌ها نیز با هم مساوی باشند، دارای حجم‌های معادلند. ولی گفته شد که مساحت‌های آن‌ها یکی نیست و مساحت سلول کندو مینیمم است. اکنون بررسی می‌کنیم ارزش اقتصادی سطحی را که به وسیله‌ی زنبور عسل انتخاب شده است.

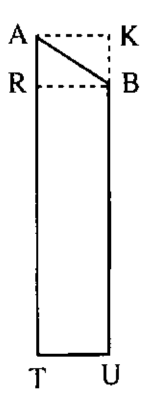
ضلع مقطع قائم دو قسم سلول را با a نشان می‌دهیم و می‌دانیم که طول یال مساوی $\frac{25a}{6}$ است. یک محاسبه‌ی ساده و اندکی جالب نشان می‌دهد که مساحت کل سلول کندو و سلول دارای پایه‌ی صاف به ترتیب مساوی‌اند با دو مقدار $\frac{a^2}{2}(50+3\sqrt{2})$ و $\frac{a^2}{2}(50+3\sqrt{3})$ (همیشه محاسبه منفک از ورقه‌ی منفذ سلول انجام می‌شود). پس مساحت اولی به دومی، مثل $3\sqrt{2}+50$ است به $3\sqrt{3}+50$؛ یا کمی نزدیک به ۵۴ است به ۵۵.

از این قرار، زنبورها با به کار بردن پایه‌ی لوزی شکل برای سلول کندو در مصرف موم صرفه‌جویی می‌کنند.

ج) ساختمان یک سلول

ذوزنقه‌های جانبی

اگر TU ضلع شش‌ضلعی مقطع قائم باشد (شکل ۱۰)، اندازه‌ی طول ضلع (یا قاعده‌ی) AT ذوزنقه مساوی است با: $\frac{25}{6}TU$ (بند الف). اختلاف دو قاعده‌ی ذوزنقه ABUT، یعنی AR=BK، مساوی است با: $\frac{\sqrt{2}}{4}TU$ (شماره‌ی ۵). از آن‌جا به وسیله‌ی رسم یا به کمک محاسبه، قاعده‌ی دیگر و وضع نقطه‌ی B مشخص می‌شود.

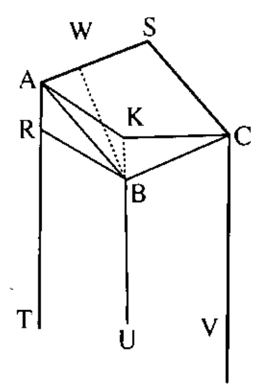


شکل ۱۰

اگر یکی از اضلاع لوزی‌های پایه مثلاً AB را بشناسیم، چنانچه طرز تعیین آن را بعد از این خواهیم دید، لازم نیست مقدار AR را به‌کار بریم. کافی است به‌مرکز A و به شعاع AB قوسی رسم کنیم تا UK را در B قطع کند.

لوزی‌های پایه

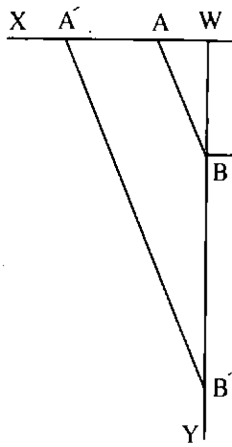
اگر قبلاً یکی از ذوزنقه‌های جانبی ساخته شده باشد، طول AB یکی از اضلاع لوزی است. به‌کمک زاویه‌یاب با توجه به این‌که مقدار یکی از زوایای لوزی مساوی ´۱۰۹°,۲۸ است، رسم کامل لوزی به آسانی صورت می‌گیرد. حال فرض می‌کنیم، می‌خواهیم یکی از لوزی‌ها، مثلاً SABC را مستقل از رسم قبلی (یعنی بدون در نظر گرفتن رسم یکی از ذوزنقه‌های جانبی) بسازیم، در حالی که فقط اندازه‌ی a طول ضلع شش‌ضلعی مقطع قائم را می‌شناسیم. فاصله‌ی B از AS، یعنی BW، مساوی



شکل ۱۱

AK=a است؛ زیرا اگر BR را موازی AK رسم کنیم، دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی AWB و ARB مساوی‌اند، چون وتر مشترک دارند و زوایای A در آن‌ها مساوی است (بند ب، شماره‌ی ۶). این را هم می‌دانیم که: $AW = AR = BK = \frac{AB}{۳}$ (بند ب، شماره‌ی۵).

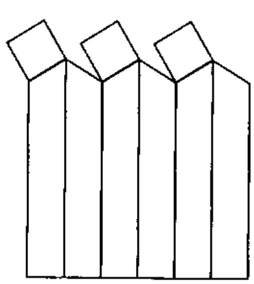
حال ببینیم چگونه می‌توان لوزی را ساخت. اگر WX و WY و خط عمود بر هم باشند، روی اولی طولی دلخواه ′WA را انتخاب، و به‌مرکز ′A و به‌شعاع ′۳WA، دایره‌ای رسم کنیم تا wy را در ′B قطع کند (شکل ۱۲). آن‌گاه اگر روی ′WB طول BW را مساوی AK=a جدا کنیم و BA را موازی ′B′A بکشیم، BA و زاویه‌ی BAW به‌ترتیب یک ضلع و یک زاویه‌ی لوزی مطلوب است. ساختمان را به آسانی کامل می‌کنیم.



شکل ۱۲

گسترش یک سلول

دو طریقه‌ی رسم قبلی امکان می‌دهد که گسترش یک سلول کندو را به‌دست آوریم. شکل ۱۳، این گستردگی را با مقیاس $\frac{۵}{۲}$ نشان می‌دهد. خوانندگان می‌توانند باکاغذ یا مقوا به سادگی این شبکه و از آن‌جا یک سلول را بسازند.



شکل ۱۳

زیرنویس

1. CURIOSI TÉS GÉOMÉTRIQUWS/E.FOURREY
۲. واحد اندازه‌گیری طول در قدیم.
۳. برای مطالعه‌ی بیش‌تر و بهتر در این مورد، به مجله‌ی رشد آموزش ریاضی، شماره‌ی ۳۰ مقاله‌ای با عنوان «خانه‌بندی صفحه» مراجعه کنید.
4. Pline L'ancien
5. Pappus
۶. CASSiNiS. برای اطلاعات بیش‌تر به کتاب: آشنایی با تاریخ ریاضیات، جلد دوم، یابه کتاب: دایرةالمعارف دانشمندان علم و صنعت، ترجمه‌ی دکتر مصاحب مراجعه کنید.
7. REAUMUR
8. KOENiG
9. MAC LAURiN
10. LHUILLIER
11. LALANNE
12. BROUGHAM
13. HENNESSY
14. COMMANDIN