

روش برهان خلف^۱

غلامرضا یاسی پور

روش کوتاه‌تر جدول ارزش^۲

به هر یک از مقدمات آن T و به نتیجه آن F را تخصیص می‌دهیم. لازمه تخصیص F به نتیجه این است که به A ، T و به G ، F تخصیص داده شود. از آن جا که به A ، T تخصیص داده شده، مقدم^{۱۷} مقدمه اول راست است، و از آن جا که به این مقدمه T تخصیص داده شده، تالی^{۱۸} آن نیز باید راست باشد. لذا باید هم به C هم به T ، D را تخصیص داد. از آن جا که به D ، T تخصیص داده شده، مقدم مقدمه دوم راست است و از آن جا که به این مقدمه T تخصیص داده شده، باید تالی آن نیز راست باشد، لذا باید به G ، T تخصیص داده شود. اما قبلاً^{۱۹} برای این که نتیجه را دروغ بسازیم، مجبور شدیم که به F ، G را تخصیص دهیم. در نتیجه استدلال نادرست است تنها اگر گزاره G هم راست هم دروغ باشد، که غیر ممکن است. این روش اثبات درستی یک استدلال صورت دیگر روش برهان خلف است که تخصیص ارزشهای راستی را به جای قوانین استنتاج^{۱۹} به کار می‌برد.

تعمیم این روش به دسته‌بندی کردن گزاره‌ها (و صورتهای گزاره‌ای) آسان است. به این ترتیب، برای تصدیق اینس که قانون پیرس^{۲۰}، یعنی، $p \supset [(p \supset q) \supset p]$ صادق است، به آن ارزش راستی F را، که لازمه‌اش این است که به مقدمش $[(p \supset q) \supset p]$ ، T و به تالیش p ، F را تخصیص دهیم، نسبت می‌دهیم. برای این که شرطی^{۲۱} $[(p \supset q) \supset p]$ که تالیش P دروغ است راست باشد، باید به مقدمش $(p \supset q)$ نیز ارزش راستی F تخصیص داده شود. اما برای این که شرطی $p \supset q$ دروغ باشد، باید به مقدمش p ، T و به تالیش q ، F تخصیص داد. اما قبلاً^{۲۲} مجبور شدیم که به p ، F را تخصیص دهیم، لذا فرض دروغ بودن قانون پیرس به نقیضی منجر می‌شود که ثابت می‌کند این قانون صادق است. اگر امکان داشته باشد که ارزشهای راستی موافقی به ترکیبات

باز هم روش دیگری در اثبات درستی استدلال^۲، و در دسته‌بندی کردن گزاره‌ها^۴ به عنوان صادق^۵، کاذب^۶، یا محتمل^۷ موجود است. در شماره قبل به این مطلب اشاره شد که استدلال نادرست^۸ است اگر و فقط اگر ممکن باشد که ارزشهای راستی^۹ ای به گزاره‌های ساده^{۱۰} ترکیب کننده‌اش به طریقی تخصیص داده شود که تمام مقدماتش^{۱۱} راست^{۱۲} و نتیجه^{۱۳} اش دروغ^{۱۴} شود، و در مورد استدلال درستی، انجام گرفتن چنین تخصیصاتی غیر ممکن می‌باشد. در نتیجه، برای اثبات درستی یک استدلال کفایت می‌کند که ثابت کنیم که به گزاره‌های آن چنین ارزشهای راستی‌ای را نمی‌توان تخصیص داد، و این کار را با نشان دادن این که تنها با تخصیص دادن ارزشهای راستی ناموافق^{۱۵}، به این معنی که به گزاره ترکیب کننده‌ای هم T هم F تخصیص داده شده باشد، می‌توان مقدمات یک استدلال را راست و نتیجه‌اش را دروغ ساخت، انجام می‌دهیم. به عبارت دیگر، اگر ارزش راستی T به هر یک از مقدمات یک استدلال درست و ارزش راستی F به نتیجه آن تخصیص داده شود، لازمه این کار این می‌شود که به گزاره ترکیب کننده‌ای هم T هم F تخصیص دهیم که البته تناقض^{۱۶} به وجود می‌آورد.

به این ترتیب برای اثبات درستی استدلال

$$(A \vee B) \Rightarrow (C \wedge D)$$

$$(D \vee E) \Rightarrow G$$

$$\therefore A \Rightarrow G$$

یادداشتها:

1. Reductio Ad Absurdum
2. Truth Table
3. Validity of Arguments
4. Statements
5. Tautologous
6. Contradictory
7. Contingent
8. Invalid
9. Truth Values
10. Simple Statements
11. Premises
12. True
13. Conclusion
14. False
15. Inconsistent
16. Contradiction
17. Antecedent
18. Consequent
19. Rules of Inference
20. Peirce's Law
21. Conditional
22. Disjunction
23. Disjunct
24. Conjunction
25. Conjunct

Symbolic Logic
Irving M. Copi

سازنده عبارتی، با این فرض که دروغ باشد تخصیص دهیم، در این صورت عبارت مورد بحث صادق نیست، اما باید یا کاذب یا محتمل باشد. در چنین حالتی سعی می‌کنیم که ارزشهای راستی‌ای تخصیص دهیم که آن را راست بسازد. اگر این کوشش به تناقضی منجر شود عبارت امکاناً نمی‌تواند راست باشد و باید کاذب باشد. اما اگر بتوانیم ارزشهای راستی‌ای را برای این که آن را راست سازد و ارزشهای راستی (دیگری) برای این که آن را دروغ سازد تخصیص دهیم، در این صورت این عبارت نه صادق و نه کاذب، بلکه محتمل است.

روش برهان خلف، تخصیص ارزشهای راستی ساده‌ترین و سریعترین روش امتحان استدالات و دسته‌بندی کردن گزاره‌هاست. اما، این روش در بعضی حالات آسانتر از دیگر حالات به کار می‌رود. مثلاً اگر به یک ترکیب فصلی $F^{۲۲}$ تخصیص داده شده باشد، باید به هر دو منفصلش $F^{۲۳}$ نسبت داده شود، و جایی که به یک ترکیب عطفی $T^{۲۴}$ تخصیص داده شده، باید به هر دو منقطعش $T^{۲۵}$ نسبت داده شود، و در این موارد تابعیت تخصیصات اجباری است. اما جایی که به یک ترکیب فصلی T یا به یک ترکیب عطفی F تخصیص داده شده، این تخصیص به خودی خود مشخص نمی‌کند که کدام منفصل راست یا کدام منقطع دروغ است، و در این مورد باید آزمایش کنیم و «تخصیصات» گوناگونی را مورد امتحان قرار دهیم، که این کار سودمندی این روش را در مورد چنین حالاتی کاهش می‌دهد. اما علی‌رغم این مشکلات در اکثریت قریب‌الاتفاق حالات، روش برهان خلف به سایر روشهای معروف دیگر برتری دارد.

مرجع:

