تمهای الگوریتمی•

دانلد کنوت

ترجمهٔ ابراهیم نقیب‌زادهٔ مشایخ

دوست دارم ریاضیات را به منزلهٔ یک «ساز» بزرگ در نظر بگیرم که با آن می‌توان «ملودیهای» زیبا و متنوعی نواخت. ریاضیدانان طی نسلها «تونالها»ی غنی و گسترده‌ای فراهم آورده‌اند که امکانات نامحدودی برای ایجاد ترکیبهای «هارمونیک» در بر دارد.

نواختن استادانهٔ ساز ریاضیات به همان اندازه که برای شنونده هیجان‌انگیز است، برای خود نوازنده نیز هست. به هنگام بازنوازی تمی کلاسیک یا بدیهه‌نوازی و یا حتی نواختن تفنّنی، وقتی با الگوهایی مواجه می‌شویم که درست در کنار هم قرار گرفته‌اند و یا وقتی می‌توانیم سکته‌ها و سکونها را حذف کرده، صداها و طنینهای مستقل را هماهنگ سازیم، لذت زیادی می‌بریم.

البته این قیاس کامل نیست زیرا ریاضیات، هم موسیقی است و هم آلت نواختن آن. ولی نگرش به ریاضیات به عنوان یک ساز وکار چند منظوره به من در درک رابطهٔ بین ریاضیات و فرزند خواندهٔ نابالغ آن به نام علم کامپیوتر کمک می‌کند. به عقیدهٔ من علم کامپیوتر، سهم مهمی در ریاضیات داشته و خواهد داشت زیرا الهام‌بخش «تمها و ریتمها»ی جدیدی است که به کمک آنها، « مدولاسیونها»ی دلنواز ریاضیات غنیتر می‌شوند.

علم کامپیوتر همانند ریاضیات نیست و هیچ‌یک نیز زیر مجموعهٔ دیگری نمی‌باشد. به اعتقاد من بین عالم کامپیوتر و ریاضیدان همانقدر تفاوت موجود است که بین ریاضیدان و فیزیکدان (هر چند فاصلهٔ بین علم کامپیوتر و فیزیک بیش از دو فاصلهٔ دیگر است). افرادی چون من ریاضیات را به منزلهٔ ابزاری برای بیان روش دقیق علم کامپیوتر تلقی می‌کنند. ولی البته رابطهٔ معکوس هم وجود دارد: بسیاری از ریاضیدانان به علم کامپیوتر به مثابه ابزاری برای پیشبرد ریاضیات می‌نگرند. هر چند هر دو نگرش معتبرند ولی من هنوز مایلم بر روی اولی تأکید کنم زیرا فکر می‌کنم برای ریاضیات اهمیت بیشتری دارد. امروزه علم کامپیوتر با مطرح ساختن پرسشهای جدیدی که پاسخ بدانها روشنایی تازه‌ای به ساختارهای ریاضی می‌بخشد، ریاضیات را غنیتر می‌سازد ـ چنانکه فیزیک در سالهای گذشته این کار را می‌کرد. از این نظر، علم کامپیوتر موجب پیشرفت اساسی ارکستر ریاضیات شده است.

هنگامی که موسیقی خوبی نواخته می‌شود، برکار سازندگان آلات موسیقی هم اثر می‌گذارد. من ادّعا می‌کنم که «کادانسها» (زیر و بمها)ی علم کامپیوتر تأثیر شگرف و سودمندی بر ساختار درونی ریاضیات دارد. (به طریق مشابه، کاربردهای کامپیوتر در فیزیک، پزشکی، روانشناسی، ریاضیات، هنر ـ و بله حتی خود موسیقی ـ نیز هستهٔ اصلی علم کامپیوتر را بارورتر می‌کند که آن خود داستان دیگری است.)

البته قبول دارم که برداشتهای شهودی من از تمایز بین ریاضیات و علم کامپیوتر یک برداشت عمومی نیست. چنین عقایدی را نمی‌توان به صورت قضیه ثابت کرد. امّا من خود هنگامی که از تفکّر کامپیوتری به تفکّر ریاضی، و به عکس، روی می‌آوردم، شوک فرهنگی محسوسی به من وارد می‌شد.

برای مثال، به یاد دارم هنگامی که خواص مجموعهای ددکیند را مطالعه می‌کردم [۱۰]، کار را با ذهنیّاتی که در دورهٔ دانشجویی دکتری ریاضی داشتم شروع کردم، اما بعد درماندم. روز بعد مسائل باقیمانده را از دید یک عالم کامپیوتر نگاه کردم و دریافتم که چگونه می‌توان الگوریتمی نوشت و پرسشهای جدیدی مطرح ساخت. این امر افق جدیدی به روی من گشود. سپس یک‌بار دیگر به مانع برخوردم زیرا ایده‌های کامپیوتریم به آخر رسیده بود. لذا دوباره شال وکلاه ریاضی به تن کردم تا قادر شدم جلوتر بروم. چنین تغییر حالاتی را هفته‌ها ادامه دادم و واقعاً هر بار می‌توانستم این انتقال وضعیت را حس کنم.

مثال دیگری که شاید برای دیگران متقاعدکننده‌تر باشد مربوط به تجربیات من در نوشتن یک رمان کوتاه ریاضی با نام ۱عداد ۱بر حقیقی (*Surreal Numbers*) [۸] است. هنگام نوشتن آن کتاب کوچک، قطعاً سلیقه و طرز فکر یک ریاضیدان محض را داشتم و برایم مثل روز روشن بود که این کتاب به‌هیچ وجه مورد علاقهٔ دانشمندان کامپیوتر واقع نخواهد شد. نقدهایی که بعداً براین کتاب نوشتند، این فرضیه را تقویت کرد: این اثر در بولتن انجمن ریاضی آمریکا به عنوان «یک کتاب مهیج و برانگیزاننده» مورد تحسین قرار گرفت [۲] و جیان کارلو روتا اخیراً (به هنگام بررسی یک کتاب دیگرا) دربارهٔ آن نوشت: «اعداد ابر حقیقی اختراع جی کانوی بزرگ است و می‌توان آن را به عنوان یکی از بزرگترین اختراعات قرن در تاریخ ثبت کرد [۱۴]. امّا در محافل کامپیوتردانان این کتاب را یک آزمایش ناموفق خواندند [۱۶].

به عقیدهٔ من آن نقد و بررسیها مؤید گفتهٔ من دربارهٔ تفاوت بین دانشمندان کامپیوتر و ریاضیدانان است. البته بحث به همین‌جا ختم نمی‌شود زیرا ریاضیدانان نیز انواع مختلفی دارند. برای مثال، هنگامی که نسخهٔ دستنویس کتاب ۱عداد ۱بر حقیقی را به جورج پولیا نشان دادم، او چنین اظهار داشت[۱۲]:

> باید اعتراف کنم که پیشاپیش مخالف موضوعی هستم که شما برای مطالعهٔ خود انتخاب کرده‌اید. من نمی‌توانم تصوّرکنم جوانی که در ریاضیات نایخته است، بتواند به این نوع مباحث «مجرد» علاقه‌مند شود چه برسد به اینکه خلاقیتی هم در این زمینه‌ها از خود نشان دهد. صادقانه بگویم : من نمی‌توانم از دست این پیشداوری خلاص شوم یا حتی آرزوی رهایی از آن را داشته باشم زیرا به‌صورت جزئی از طبیعت من درآمده است: من فقط می‌توانم به مباحثی که از چیزهای مشخص و ملموس یا نسبتاً مشخص و ملموس شروع می‌گردند (مشکلات، سوالات، مشاهدات، ...) علاقه‌مند شوم.

شاید هم پولیا ذاتاً یک دانشمند کامپیوتر بود؟

اگرمجبورشوم انگشت روی عمده‌ترین تفاوت بین ریاضیدانان و دانشمندان کامپیوتر بگذارم، باید بگویم که ریاضیدانان علاقه وافری به قواعد یکنواخت، و تنفر زیادی از تحلیلهای مورد به مورد دارند در حالی که دانشمندان علوم

کامپیوتر، برعکس در پرداختن به ساختارهای بسیار نایکنواخت مشکلی ندارند (مثل عملیات مختلفی که توسط کامپیوترهای واقعی انجام می‌گیرد و یا مراحل مختلف در الگوریتمهای پیچیده و طولانی). این تحمل نایکنواختی را می‌توان هم به عنوان نقطهٔ قوّت و هم نقطهٔ ضعف دانشمندان علوم کامپیوتر در نظر گرفت: نقطهٔ قوّت است زیرا آنها می‌توانند وضعیتهایی را که مدل ریاضی واضحی برای آنها وجود ندارد نظم بخشند و نقطهٔ ضعف است زیرا باعث می‌شود که آنها حتی در مواقعی که قانون یکنواختی وجود دارد، سعی کافی برای یافتن آن نکنند. تمایز بین قوانین یکنواخت ــ که خوراک اساسی ریاضیدانان را تشکیل می‌دهد ــ و الگوریتمها و ساختمان داده‌های نایکنواخت ــ که برای کامپیوتردانان حکم نان شب را دارند ــ به طرز زیبایی توسط تسه‌تین (G.S. Tseytin) تشریح شده‌است[۱۵] وی در این اثر، سیر تحول طرز فکر خودش را شرح می‌دهد.

تفاوتهای دیگری نیز بین رشته‌های کاری و ذهنیات ما وجود دارد. برای مثال، دانشمند علوم کامپیوتر کمتر به اشیاء نامتناهی و پیوسته توجه دارد و بیشتر به اشیاء متناهی (در واقع کوچک) و گسسته می‌پردازد. ذهن دانشمند علوم کامپیوتر بیشتر متوجه ساختارهای مؤثر و کارامد است والخ. امّا این قبیل چیزها کم و بیش نتایج تقسیم‌بندی اصلی مبتنی بر یکنواختی / نایکنواختی است.

من در این مقاله درصدد اتلاف وقت برای یافتن تفاوت بین ریاضیات و علم کامپیوتر نیستم ولی می‌خواهم بگویم زنده باد تفاوت و تنوع، و بر ریاضیات تکیه کنم. در واقع، خود من سعی کرده‌ام بیشتر کارهایم پایهٔ محکمی در هر دو رشته داشته باشد.

کاری که من می‌کنم چیست؟ مایلم آن را «تحلیل الگوریتمها» بنامم[۶،۵]. ایدهٔ کلّی بسیار ساده است: الگوریتمی را در نظر می‌گیرم و سعی می‌کنم رفتار کمّی آن را درک کنم. با در اختیار داشتن توزیع احتمال ورودیها، می‌پرسم چقدر زمان لازم است تا الگوریتم وظیفه‌اش را به انجام رساند.

به‌وضوح به یاد می‌آورم که چگونه در آغاز به این مبحث علاقه‌مند شدم. سال ۱۹۶۲ بود و من دانشجوی دکتری ریاضی بودم، با این حال، در تابستان برای کسب درآمد سرگرم نوشتن یک برنامهٔ کامپیوتری (یک مترجم زبان فرترن) بودم. حین کار بر روی آن برنامه به قسمتی رسیدم که الگوریتم جالبی به نام «درهم سازی» (hashing) برای آن مناسب بود و من به تازگی شنیده‌بودم که دو نفر از دانشجویان فلر در پرینستن تلاش ناموّفقی‌برای تحلیل سرعت این الگوریتم به عمل آورده‌اند.برنامه سازی کار شاقّی بود، بنابراین تعطیلات آخر هفته را به خود استراحت دادم و سعی کردم این مسأله را که می گفتند قابل حل نیست، حل کنم. با خوش شانسی غیرمنتظره‌ای جواب را یافتم (ر.ک.[۷،صص ۵۲۹-۵۳۰] و [۹])؛ تجربه‌ام در برنامه‌سازی این روش، به نوعی در تحلیل مرا یاری داد. نکتهٔ جالب این بود که جواب شامل نوع جالبی از توابع ریاضی بود که من تاپیش از آن ندیده‌بودم:

$$۱ + \frac{n}{m} + \frac{n(n-۱)}{m^۲} + \frac{n(n-۱)(n-۲)}{m^۳} + \cdots$$

(بعدها دریافتم که این تابع و توابع مشابه آن در بسیاری از الگوریتمها به کار می‌آیند.)

خوب، تحلیل کارایی الگوریتم درهم‌سازی سرگرم‌کننده بود و من به سرعت دریافتم که الگوریتمهای بسیار زیاد دیگری نیز وجود دارند که باید چنین مطالعاتی روی آنها انجام شود. در مورد موضوع نسبتاً جدیدی به نام «نظریه صف» چیزهایی شنیده‌بودم. با خود گفتم عجب ! اگر کلّ یک شاخه از یک رشته را می‌توان به مطالعهٔ ردهٔ کوچکی از الگوریتمها اختصاص داد، پس مطالعهٔ *تمام* رده‌های الگوریتمها کار بسیار جالبی باید باشد. واضح بود که ارزش کارهای جالبی که می‌تواند در این زمینه انجام گیرد از ارزش عمر انسان فراتر است و لذا من تصمیم گرفتم که بخش عمدهٔ عمر خود را صرف انجام آنها کنم. این نه تنها یک کار ریاضی بود بلکه نتایجش مورد تقدیر برنامه‌سازان نیز واقع می‌شد، پس یک تیر بود و دو نشان.

از آن زمان، تحلیل الگوریتمها محور اصلی فعالیتهای من بوده‌است. پس ازگذشت بیش از بیست و پنج سال هنوز در این زمینه با کمبود مسائل جالب روبه‌رو نشده‌ام. و نکتهٔ اصلی این است که این مسائل تقریباً همیشه ساختار ریاضی روشن و زیبایی دارند. بیگمان برخی ازکاربردهای ریاضیات خسته‌کننده و ملال‌آورند ولی مسائلی که توسط الگوریتمهای مهم مطرح شده‌اند همگی جالب از آب درآمده‌اند. در واقع، وسوسه‌انگیزی بیش از حد این موضوع برای من مشکل‌آفرین شده‌است. به‌دنبال راهی هستم که فکر کردن در مورد تحلیل الگوریتمها را متوقف کنم تا بتوانم به کارهای دیگری که آدم باید انجام دهد، بپردازم.

هر از چندگاه «کارایی شگرف ریاضیات» را به تجربه در می‌یابم: مثلاً هنگامی که به یک روش کامپیوتری جدید (مانند الگوریتم پاتریشیا برای بازیابی اطلاعات) نگاه می‌کنم، متوجه می‌شوم که زمان اجرای آن به کمیتهایی بستگی دارد که صدها سال است مورد بررسی و مطالعهٔ ریاضیدانان قرار گرفته‌است (مانند تابع گاما، کسینوس هیپربولیک و تابع زتا در مورد الگوریتم پاتریشیا [۷، تمرین ۶.۳-۳۴]).

یکی ازارزشمندترین الگوریتمها، الگوریتم اقلیدس برای محاسبهٔ بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک است. در سال ۱۹۶۳ برای تحلیل آن تلاشی کردم که به نتیجه نرسید. از این رو تعدادی از استادانم را به کمک طلبیدم. مسأله این است: فرض کنید τ_n تعداد گامهایی باشد که الگوریتم اقلیدس برای تعیین اینکه m و n نسبت به هم اوّل‌اند می‌پیماید. در اینجا τ_nمیانگین تعداد گامها نسبت به $\varphi(n)$ عدد صحیح غیر منفی m که کوچکتر از n و نسبت به آن اوّل‌اند می‌باشد. چنانچه فرض کنیم که کسر m/n مانند یک عدد حقیقی تصادفی رفتار می‌کند، نظریهٔ کسرهای مسلسل لوی این فکر را القا می‌کند که τ_n به طور مجانبی برابر $۱۲\ln ۲/\pi^۲$ ضرب در $\ln n$ است. محاسبات تجربی من در سال ۱۹۶۳ این را تأیید کرد و نشان داد که در واقع

$$\tau_n \approx \frac{۱۲\ln ۲}{\pi^۲}\ln n + ۱٫۴۷$$

در اولین چاپ جلد دوم کتاب هنر برنامه‌سازی در سال ۱۹۶۹، این حدس را مورد بحث قرار دادم[۴] و چنین نوشتم:

«ما فقط زمینهٔ مناسبی برای پذیرفتن اینکه مقدار τ_n به طور مجانبی برابر $(۱۲\ln ۲/\pi^۲)\ln n$ است ارائه داده‌ایم و نظریهٔ مربوطه فرمول مشخصی برای مقدار ثابت ۱٫۴۷ که به تجربه یافته‌شده است ارائه نمی‌کند. استدلال مبتنی بر آزمون و خطا و شواهد قوی تجربی . . . ،کامل بودن تحلیل الگوریتم اقلیدس را در عمل نشان می‌دهد. ولی از لحاظ زیبایی‌شناسی، این الگوریتم هنوز نقص بزرگی دارد.»

تحقیقات هایلبرون [۳] و دیکسن [۱] به زودی مقدار ثابت $۱۲\ln ۲/\pi^۲$ را تثبیت کرد و سپس پورتر[۱۳] ثابت کرد که

$$\tau_n = \frac{۱۲\ln ۲}{\pi^۲}\ln n + C + O\left(n^{-۱/۶+\epsilon}\right)$$

بعد از آن، من و جان رنچ تشخیص دادیم که مقدار ثابت پورتر

$C = 1{,}4670780794000$ دارای شکل بستهٔ

$$C = \frac{6\ln 2}{\pi^2}(3\ln 2 + 4\gamma - 24\pi^2\zeta'(2) - 2) - \frac{1}{2}$$

است.

در نتیجه، توانستم با خوشحالی در چاپ دوم کتاب بنویسم که: «حدس به طور کامل اثبات شده است.»

پیشرفت شگفت‌انگیزتر هنگامی رخ داد که من و یائو تصمیم گرفتیم صورت ابتدایی الگوریتم اقلیدس را که به جای تقسیم، براساس تفریق است تحلیل کنیم. σ_n، میانگین مجموع تمام خارج قسمتهای جزئی کسرهای مسلسل منظم m/n $(1 \le m \le n)$ را در نظر بگیرید. این مقدار، میانگین زمان اجرای الگوریتم تفاضلی ب.م.م. است. چنانچه فرض کنیم که کسرهای گویا همچون اکثر اعداد حقیقی رفتار می‌کنند، بنابه قضیه‌ای از خینچین، مجموع k خارج‌قسمت جزئی اوّل به طور تقریبی برابر با $k\log_2 k$ خواهد بود. و چون $k = O(\log n)$ است، انتظار می‌رود $\sigma_n = O(\log n \log\log n)$. ولی من و یائو ثابت کردیم که

$$\sigma_n = \frac{6}{\pi^2}(\ln n)^2 + O(\log n(\log\log n)^2)$$

بنابراین اعداد گویا ظاهراً خارج‌قسمتهای جزئی بزرگتری نسبت به اعداد حقیقی دارند، هرچند هایلبرون نشان داده‌است که ضریب kام عدد گویای m/n برای تمام مقادیر ثابت k وقتی که $n \to \infty$، به سمت توزیع متناظر برای اعداد حقیقی میل می‌کند. این بدترین موردی است که سراغ دارم که در آن، قیاس بین مقادیر گسسته و پیوسته به براورد ناصحیحی می‌انجامد.

انواع مختلف الگوریتمها به گوشه‌ها و زوایای مختلفی از ریاضیات مربوط می‌شوند. در واقع فکر می‌کنم که تاکنون من و همکارانم از نتایج تمام شاخه‌های ریاضیات (برحسب رده‌بندی .$Math.Rev$) بجز یکی استفاده کرده‌ایم، و آن استثناء، مبحثی است که من رسالهٔ دکتری خود را درباره آن نوشتم: صفحات افکنشی(تصویری) متناهی. امّا هنوز امیدوارم روزی حتی این موضوع را هم در علم کامپیوتر به کار برم.

مثال زیر، یک اتّحاد غیرعادی است که نشانگر برخی افتراقاتی است که می‌تواند به هنگام تحلیل الگوریتمها بروز کند. فرض کنید $\| x \|$ فاصلهٔ x از نزدیکترین عدد صحیح باشد. در این صورت

$$\|x\|^2 + \frac{1}{2}\|2x\|^2 + \frac{1}{4}\|4x\|^2 + \frac{1}{8}\|8x\|^2 + \cdots$$
$$+ 2\left\|\frac{x}{2}\right\|^2 + 4\left\|\frac{x}{4}\right\|^2 + 8\left\|\frac{x}{8}\right\|^2 + \cdots = |x|$$

مجموع از دو طرف نامتناهی است. از طرف چپ همگراست زیرا $\|x\| \le \frac{1}{2}$ و از طرف راست نیز همگراست زیرا $\|x/2^k\|$ در نهایت مساوی $|x/2^k|$ می‌شود. اتحاد برای تمام xهای حقیقی برقرار است. من وقتی روی الگوریتمی برپایهٔ حرکت براونی کار می‌کردم [۱۱]، تصادفاً به این اتّحاد برخوردم.

تحلیل الگوریتمها فقط جنبهٔ کوچکی از تأثیرات متقابل ریاضیات و علم کامپیوتر است. من این جنبه را از آن جهت برگزیدم که بتوانم مثالهایی از تجربیات شخصی خودم که بهتر درکشان می‌کنم ارائه کنم و گرنه موضوعات عمیقتری نیز وجود دارد. به‌عنوان مثال می‌توانستم به برخی پیشرفتهای تازه در جبر و نظریه اعداد اشاره کنم که به‌دنبال کشف الگوریتمهای جدیدی برای عملیات جبری و تجزیه حاصل شده‌اند، و یا می‌توانستم بر قلمرو هیجان‌انگیز و تازه گشودهٔ هندسهٔ محاسباتی و گسسته تأکید کنم، و به‌همین ترتیب.

نکتهٔ مورد نظر من این است که حتی پس از ابداع الگوریتمی برای حل یک مسألهٔ ریاضی، باز هم کارهای جالب زیادی باقی می‌ماند. مثلاً می‌توانیم بپرسیم: «این الگوریتم تا چه اندازه مطلوب است؟» و این پرسش غالباً مسائل وابسته زیادی را پیش می‌کشد. درواقع، آن‌قدر کار باقی می‌ماند که ریاضیدانان نسلهای بعد را حداقل تا یک قرن سرگرم سازد.□

مراجع

1. John D. Dixon, "The number of steps in the Euclidean algorithm," *J. Number Theory* **2** (1970), 414-422.
2. Aviezri S. Fraenkel, Review of *On Numbers and Games* by J.H. Conway and *Surreal Numbers* by D.E. Knuth, *Bull. Amer. Math. Soc.* **84** (1978), 1328-1336.
3. Hans A. Heilbronn, "On the average length of a class of finite continued fractions," *Abhandlungen aus Zahlentheorie und Analysis = Number Theory and Analysis*, ed. by Paul Turán, Plenum, 1968/1969, 87-96.
4. Donald E. Knuth, *The Art of Computer Programming*, Vol. 2: *Seminumerical Algorithms* (Addison-Wesley, Reading, Mass., 1969).
5. Donald E. Knuth, " The analysis of algorithms," *Actes du Congrès International des Mathématiciens* 1970, **3** (Gauthier-Villars, Paris, 1971), 269-274
6. Donald E. Knuth, "Mathematical analysis of algorithms," *Proceedings of IFIP Congress 1971*, **1** (Amsterdam: North-Holland, 1972), 19-27.
7. Donald E. Knuth, *The Art of Computer Programming*, Vol. 3: *Sorting and Searching* (Addison-Wesley, Reading, Mass., 1973).
8. Donald E. Knuth, *Surreal Numbers*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1974.
9. Donald E. Knuth, "Computer Science and its Relation to Mathematics," *American Mathematical Monthly* **81** (April 1974), 323-343.
10. Donald E. Knuth,"Notes on generalized Dedekind sums," *Acta Arithmetica* **33** (1977), 297-325.
11. Donald E. Knuth, "An algorithm for Brownian zeroes," *Computing* **33** (1984), 89-94.
12. George Pólya. letter to the author dated July 8,1973.
13. J. W. Porter, "On a theorem of Heilbronn," *Mathematika* **22** (1975), 20-28.
14. Gian-Carlo Rota, review of *An Introduction to the Theory of Surreal Numbers* by H. Gonshor, *Advances in Math.* **66** (1987), 318.
15. G. S. Tseytin, "From logicism to proceduralism (an autobiographical account)," in *Algorithms in Modern Mathematics and Computer Science*, A. P. Ershov and D. E. Knuth, eds., *Lecture Notes in Computer Science* **122** (1981), 390-396.
16. Eric Weiss, "Mathematics on the beach," *Abacus* **1**, 3 (Spring 1984), 44.

* * * * * *

• Donald E.Knuth, "Algorithmic themes", in P.Duren(ed.), *A Century of Mathematics in America* Part II, Amer. Math Society, Providence (1988) 439-445.