

آخرین انتقاد من از دروسهای مقدماتی حساب دیفرانسیل و انتگرال و ریاضیات گسسته فعلی این است که ریاضیات واقعی را به دانشجوی نمی آموزند. بسیاری از دانشجویان به جای اینکه یاد بگیرند فکر کنند، این دروسها را با حفظ کردن مطالب می گذرانند.

آنچه که لازم داریم، درسی است که تکنیکهای ریاضی را بیاموزد، کاربردهای جالب این تکنیکها را به دانشجوی نشان دهد، او را به تفکر وادار کند، و مهمتر از همه، قدرت و محدودیتهای ریاضیات را به دانشجوی نشان دهد. به عبارت دیگر، باید درسی در زمینه ریاضیات مقدماتی تدریس شود که برخی از انگیزههایی را که باعث ریاضیدان شدن ما شد، به دانشجوی القا کند. این شیوه شاید سبب ایجاد علاقه در دانشجویانی بشود که قریحه ریاضی دارند ولی، جذب رشتههای کاربردیتر می شوند.

پیشنهاد من این است که درسی در دستگاههای دینامیکی گسسته تدریس کنیم. بسیاری از ریاضیدانها فکر می کنند که تدریس چنین درسی به دانشجویانی که فقط از پایه جبری (خوبی) برخوردارند ممکن نیست. مع الوصف، من این درس را هم به دانش آموزان دبیرستانی و هم به دانشجویان رشتههای غیرعلمی دانشگاه جورج تاون با موفقیت تدریس کرده ام. هدف از ارائه این درس آموزش معادلهای تفاضلی و بسازگشتی است؛ و اساساً، درسی است در زمینه کاربرد معادلات دیفرانسیل بدون استفاده از حساب دیفرانسیل و انتگرال.

در شروع درس، مطلبی را به بحث می گذارم که همه دانشجویان نسبت به آن احساس آشنایی کنند، مثلاً بهره مرکب را؛ این بحث مثالی از ساده ترین معادله تفاضلی - معادله ای خطی و مرتبه اول - به دست می دهد. از اینجا به بعد، حسابهای نظیر درآمد سالانه و رهن را، که در خلال هر دوره مبالغ دیگری به طور مرکب به آنها افزوده یا از آنها کاسته می شود، به بحث می گذارم و به این ترتیب، مضمون درس پیچیده تر و جدیدتر می شود.

سریهای هندسی و همساز، که در آنها مقادیرهای غیر ثابتی به مقدار قبلی افزوده می شود، مثالهای دیگری از این گونه مسألهها (ی نا همگن) هستند.

با مطالعه این مدلها، دانشجویان نحوه ساختن معادلههایی را که منعکس کننده اوضاع دنیای واقعی هستند، می آموزند. سپس یاد می گیرند که جوابهای این معادلهها را پیدا کنند و رفتار کیفی این جوابها را تحلیل نمایند. به علاوه، تکنیکهایی را می آموزند که در حساب دیفرانسیل و انتگرال مفید است؛ یعنی طرز کار با دنباله سری، و حد را فرامی گیرند.

همچنین، معادلههای تفاضلی از مرتبههای بالاتر را نیز که مشابه معادلههای دیفرانسیل خطی مرتبه دوم هستند، تدریس می کنم. روشهای تعیین جوابها در هر دو حالت یکسان هستند - چند جمله ای مشخصه ای یابید و آن را تجزیه کنید. هنگامی که ریشهها موهومی باشند، دانشجوی می بیند که از عددهای موهومی برای محاسبه جوابهای حقیقی می توان استفاده کرد. بسیاری از دانشجویان تا وقتی که درسی در آنالیز مختلط نگذرانند، اهمیت عددهای موهومی را به خوبی درک نمی کنند.

در چنین درسی می توان مسألههای غیر خطی مانند معادله منطقی رشد جمعیت را مطرح کرد. چون معمولاً نمی توان برای مسائل غیر خطی جوابهای دقیقی پیدا کرد، دانشجوی تکنیک خطی سازی، یعنی تعیین «بهترین» تقریب خطی یک مدل غیر خطی، را می آموزد. در واقع، دانشجوی محاسبه مشتق، و در بیشتر موارد مشتق چند جمله ایهای ساده، را می آموزد. بنابراین، به جای تدریس تکنیکهای متعدد مشتگیری، یکی از مهمترین و کارآمدترین کاربردهای مشتق را، که بسیاری از دانشجویان

## دستگاههای دینامیکی گسسته -

### جانشینی برای

## حساب دیفرانسیل و انتگرال؟

جیمز ساندفر\*

سالهاست به این می اندیشم که افراد نا آشنا با رشته ریاضی نمی دانند بلد ریاضیدان چه می کند و نیز، به گمان بسیاری، ریاضیات چندان ارتباطی با جهان دور و بر ما ندارد. چرا دانشجویانمان را درک نمی کنیم؟ فکر می کنم مسأله اصلی برنامه درسی ماست.

بیشتر دروسهای ریاضی مقدماتی مباحثی را عرضه می کنند که برای دروسهای ریاضی پیشرفته تر ضروری اند. حساب دیفرانسیل و انتگرال، به صورتی که فعلاً تدریس می شود، مجموعه ای از تکنیکهاست که آنها را برای دانشجویانی که بعداً دروسهایی در معادلات دیفرانسیل یا آنالیز حقیقی خواهند گذراند، لازم می دانیم. ولی، دانشجویی که تمند ادامه تحصیل در رشته ریاضی را ندارد، احساس می کند که بهترین کاربرد حساب دیفرانسیل و انتگرال، ترسیم نمودار تابع و تعیین مساحت زیر منحنی است.

اجازه دهید تصریح کنم که من مخالفتی با اصل حساب دیفرانسیل و انتگرال ندارم. آنچه که مورد انتقاد من است، دوره حساب دیفرانسیل و انتگرالی است که در بیشتر دانشگاهها تدریس می شود. در خلال چند سال گذشته، عده ای پیشنهاد می کرده اند که به جای حساب دیفرانسیل و انتگرال یا همراه با آن، ریاضیات گسسته را تدریس کنیم. برخی از دلیلهای ارائه شده به این شرح است. (۱) دانشجوی ریاضیات گسسته را بهتر لمس می کند، (۲) ریاضیات گسسته کاربردهای جالبی دارد، و (۳) کامپیوتر، ریاضیات گسسته را به صورت رشته مهمتری در آورده است.

من با این استدلالها به نفع ریاضیات گسسته موافقم. مع الوصف، با محتوای دروسهای ریاضیات گسسته مورد نظر این افراد، به شدت مخالفم. این دروسها دارای همان اشکالی هستند که درس حساب دیفرانسیل و انتگرال دچار آن است - آنها مشکل از مباحثی هستند که به نظر ما برای دانشجویانی که در تدارک ادامه تحصیل در ریاضیات یا علوم کامپیوتری اند، لازم است. در بیشتر موارد، این دروسها در ارتباط با یکدیگر نیستند، و جاذبه ای برای دانشجوی ندارند. به نظر نمی رسد که کاربردهایی مانند تعیین تعداد حرکتهای لازم برای حل معمای برج هانوی، مناسبتر از کاربردهایی باشند که در درس حساب دیفرانسیل و انتگرال مطرح می شوند.

آنها مفیدتر باشد. تکنیکهایی که در درس دستگاههای دینامیکی گسسته مطرح می شوند به میزان بسیار گسترده‌ای در علوم اجتماعی کاربرد دارند. دانشجویانی که این درس را می گذرانند قادر خواهند بود در رشته مورد علاقه خود تحلیل مدل‌های ریاضی را به خوبی درک کنند.

به عقیده من تفاوت زیادی در قابلیت دانشجویانی که در دبیرستان درس حساب دیفرانسیل و انتگرال را گذرانده‌اند وجود دارد. قسمتی (بسیار بیشتر) دروسی که این دانشجویان در دانشگاه در این زمینه می گیرند، تکرار مطالبی است که در دبیرستان دیده‌اند. در آغاز درس دانشکده تباری به مطالعه حس نمی کنند، ولی ناگهان رشته درس از دستشان در می رود. همچنین، به نظر من گرچه بسیاری از آنها اندکی از حساب دیفرانسیل و انتگرال سر در می آورند، ولی در زمینه جبر دچار مشکل هستند. آیا برای این دانشجویان بهتر خواهد بود که درسی، مثلاً در دستگاههای دینامیکی گسسته، بگذرانند که در عین تقویت ادراک ریاضی آنها به مهارتهای جبری آنها نیز بیفزاید؟

یکی از مشکلاتی که در تدریس چنین درسی پیش می آید، کمبود مطلب است. در ابتدا، منابعی مانند گرافها، مدلها و ریاضیات منتهای؛ ریاضیات منتهای مقدماتی همراه با محاسبه؛ و مدل‌های UMAP (از شرکت COMAP) را به کار می بردم. اخیراً از جزوه درسی خودم تحت عنوان ریاضیات گسسته همراه با معادله‌های تفاضلی منتهای<sup>۱</sup> که می توان آن را از بخش ریاضی دانشگاه جورج تاون درخواست کرد، استفاده می کنم.

جامعه ریاضی از ما انتظار دارد که در برنامه‌های درسی ریاضی تجدیدنظر کنیم. ولی بیشتر پیشنهادها بهمان معایب برنامه‌های درسی فعلی دچارند. پیشنهاد من این است که از تدریس آن دسته از دروسهای مقدماتی که عمده‌تاً مجموعه‌ای از شگردهای ریاضی هستند، صرف نظر کنیم و به تدریس درسی که مبتنی بر ریاضیات واقعی باشد بپردازیم. فایده این امر، گسترش دانش ریاضی در جامعه خواهد بود.

ترجمه محمد صادق منتخب

\*\*\*\*\*

• Sandefur J. T., "Discrete dynamical system-an alternative to calculus?", *Siam News*, (3)20(1987)3.

• جیمز ساندفور، دانشگاه جورج تاون آمریکا

1. Malkevitch J., and Meyer W., *Graphs, Models & Finite Mathematics*, Prentice-Hall.

2. Dorn W. S., and McCracken, *Introductory Finite Mathematics with Computing*, Wiley.

3. *Discrete Mathematics with Finite Difference Equations*

رشته ریاضی هرگز با آن مواجه نمی شوند یا آن را درک نمی کنند، به نمایش می گذارم.

به نظر من، تدریس بخش کوچکی از نظریه اشعاب در خلال تعلیم معادله‌های تفاضلی غیرخطی مفید است. در این بخش از درس، به دانشجویان نشان داده می شود که وقتی پارامتری تغییر می کند، رفتار کیفی جوابها نیز می تواند تغییر کند. بررسی معادله رشد گونه‌ای از موجودات، مثلاً ماهی، مثالی از این دست است. پارامتر می تواند تعداد اعضای آن گونه که در هر دوره زمانی تولید می شود، باشد. شیوه تحلیل کاملاً جبری است و یا محاسباتی سروکار دارد که از تعیین نقطه‌های تلاقی یک منحنی، مانند یک سهمی، با خط  $x = y$  چندان فراتر نمی رود.

درس دستگاههای دینامیکی گسسته باید مباحث استانه‌های نظیر احتمال و جبر خطی را نیز دربر بگیرد. برخلاف آنچه در دروسهای ریاضیات منتهای معمول است، این مباحث به‌طور جداگانه مطرح نمی شوند، بلکه، از طریق مطالعه معادله‌های تفاضلی به یکدیگر مربوط می شوند. نظریه احتمال با معادله‌های تفاضلی همراه می شود تا مباحثی مانند فلاکت قمارباز، و انتخاب، جهش، و ازدیاد نسل در ژنتیک مورد بررسی قرار گیرند. جبر خطی برای مطالعه دستگاههای معادله‌ها به کار می رود. این معادله‌ها می توانند خطی (رشد سنی جمعیت) یا غیرخطی (روابط صید و صیاد) باشند. مطالعه زنجیرهای مارکوف معمولی و جاذب، به ترکیبی از جبر خطی، احتمال، و معادله‌های تفاضلی نیازمند است.

بالاخره، می توان معادله‌هایی را که در آنها آشوب و وابنده‌های غریب مطرح اند، مورد مطالعه قرار داد. چنین معادله‌هایی به آسانی به کمک میکرو کامپیوترها قابل بررسی هستند. همچنین، این قسمت از درس زمینه‌هایی از تحقیقات جاری ریاضی را به دانشجویان می شناساند و آنها را به برخی از محدودیتهای ریاضیات واقف می سازد. چه کسی باید چنین درسی را بگیرد؟

برای دانشجویانی که معمولاً درس حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی را می گذرانند، گذراندن درسی در دستگاههای دینامیکی گسسته سودمند است. چنین درسی آنها را با علل آموزش بسیاری از تکنیکهای مطرحه در درس حساب دیفرانسیل و انتگرال آشنا خواهد کرد. فایده دیگرش این است که شاید بتوانیم دانشجویان بیشتری را به ریاضیات جلب کنیم. احتمالاً، این دو درس را می توان به صورت درس واحدی در هم ادغام کرد.

به عقیده من، درسی در دستگاههای دینامیکی گسسته می تواند از دروسهای مختصری که امروزه بیشتر دانشجویان علوم انسانی در زمینه حساب دیفرانسیل و انتگرال یا ریاضیات منتهای می گذرانند، برای