تاریخچهٔ مجلات ریاضی ایران (۱۵)

در شمارهٔ ۱۰ یکان در مقالهٔ **فصلی از تاریخ علوم ریاضی** ترجمهٔ **باقر امامی** چنین آمده است که:

آپولونیوس برای کسب دانش ریاضی از بازماندگان مکتب اقلیدس، به مصر سفر کرده و قسمت بزرگ دوران حیاتش را در آن دیار گذرانده است. اگر راجع به زندگی خصوصی او اطلاعات کمی در دست است، خوشبختانه دربارهٔ نتایج فعالیت علمی او آگاهی کافی داریم.

شاهکارش همان کتاب مقاطع مخروطی است که در آنجا خواص این منحنیها را چنان بر اساس محکمی پایه گذاشته است که امروزه هم مطالعهٔ خواص این مقاطع بر همان اساس است اگر وضع دانش را در زمانی که این کتاب سرشار از کشفهای شخصی مؤلف قدم به عرصهٔ وجود گذاشته است در نظر بگیریم، واقعاً مبهوت و حیرت‌زده می‌شویم.

کتاب مقاطع مخروطی شامل هشت قسمت است. متن یونانی چهار قسمت اول و ترجمهٔ عربی سه قسمت بعدی به ما رسیده و اثری از قسمت آخر تا به حال به دست نیامده است. گرچه در قرن هفدهم **هالی** ستاره‌شناس معروف کوشیده است که از قسمتهای مختلف پراکنده در کتابهای متفرقه این قسمت اخیر را به هر صورت جمع‌آوری کند.

در **یکان** مسایل مسابقه‌ای نیز مطرح می‌شود. یکی از این مسایل با حل آن که در شمارهٔ ۱۰ آمده به صورت زیر است:

مطلوب است تعیین رابطه‌ای مستقل از α بین x و y به فرض

$$\begin{cases} x = \sin\alpha + \dfrac{1}{\sin^2\alpha} \\ y = \cos\alpha + \dfrac{1}{\cos^2\alpha} \end{cases}$$

حل: از رابطه‌های داده شده به دست می آید که:

$$\begin{cases} \sin^3\alpha = x\sin^2\alpha - 1 \\ \cos^3\alpha = y\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$$

طرفین هر رابطه را به توان ۲ می‌رسانیم

$$\begin{cases} \sin^6\alpha = x^2\cos^4\alpha - 2x\sin^2\alpha + 1 \\ \cos^6\alpha = y^2\sin^4\alpha - 2y\cos^2\alpha + 1 \end{cases}$$

اگر در رابطهٔ دوم $\cos\alpha$ را بر حسب $\sin\alpha$ نوشته و طرفین رابطهٔ حاصل را عضو به عضو با طرفین رابطهٔ اول جمع کنیم رابطهٔ زیر به‌دست خواهد آمد

$$(x^2 + y^2 - 3)\sin^4\alpha - (2y^2 - 2y + 2x - 3)$$
$$\sin^2\alpha + (y-1)^2 = 0$$

از این معادلهٔ دو مجذوری مقدار $\sin\alpha$ بر حسب x و y پیدا می‌شود و چون در رابطهٔ اول مفروض قرار داده شود رابطه‌ای مستقل از α بین x و y پیدا خواهد شد.

در همین شماره در مقالهٔ **عدد طلایی نمایندهٔ قدرت**

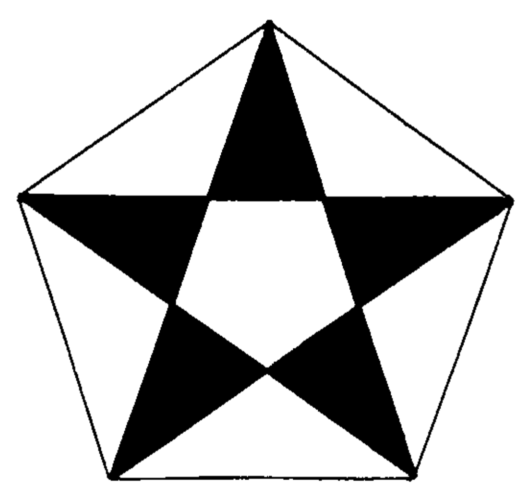
الهی از سیدمحمد کاظم نائینی چنین آمده است:

بر اثر تجارب و بررسیها و اندازه‌گیریهای دقیق و به کار بردن نسبتهایی نظیر $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۲}{۵}$ و $\frac{۱۷}{۱۰}$ و غیره و تحقیق در اشیاء قشنگ و زیبا و بالاخره در محاسبات مربوط به ۵ ضلعیهای منتظم و ده ضلعیها و... عدد $\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$ کشف شد که دارای خواص جالب و زیبایی است. این عدد با چند رقم اعشار برابر است با ۱/۶۱۷۰۳۳۹۸۸۷۵.

خاصیتهای بی‌شمار و زیبایی که در اثر به کار بردن این عدد و این نسبت در اشیاء به دست آمد حس اعجاب و تحسین همگان را به حدی برانگیخت که آن را **عدد طلایی** نامیدند و افلاطون آن را نمایندهٔ **قدرت** و **مظهر الهی** نامید.

چنانکه می‌دانیم نسبت طول مخمس افلاطونی به واحد برابر عدد طلایی است.

آرم ستارهٔ ۵ پری که در نزد فیثاغورثیان مورد ستایش بود از به هم پیوستن اقطار مخمس به وجود می‌آمد و انتخاب آن به علت ارزش و احترامی بود که فیثاغورثیان برای عدد طلایی قائل بودند و آن را مورد پرستش و احترام و تکریم قرار می‌دادند.



افلاطون عدد طلایی را از تقسیم یک پاره خط به نسبت ذات وسط و طرف به دست آورد و در ساختن ۵ ضلعیها و ۱۲ وجهی منتظم به کار برد و این تقسیم و برش را **تقسیم طلایی** نامید. بعدها **لوکاپاچیولی** Lucapacioli (۱۵۰۹) آن را تقسیم الهی و مقدس نامید.

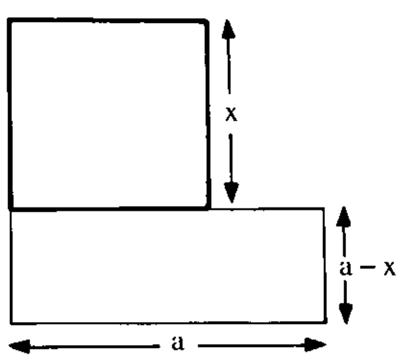
مسألهٔ تقسیم پاره خط به نسبت ذات وسط و طرف یا تقسیم طلایی را اقلیدس در کتاب تحریرات خود به صورت زیر بیان کرده است:

می‌خواهیم پاره خط مستقیمی را به دو قسمت چنان تقسیم کنیم که مستطیلی که با تمام خط و یکی از قسمتهای جدا شده ساخته می‌شود معادل با مربعی باشد که بر قسمت باقیماندهٔ خط بنا می‌شود.

بیان مسأله به صورت جبر و به زبان امروزی چنین است:

اگر طول خط را a و دو قسمت آن را x و $a-x$ بنامیم، رابطهٔ زیر را خواهیم داشت:

$$\frac{a}{x}=\frac{x}{a-x}$$



سلسلهٔ اعداد ... و $u_۱, u_۲, u_۳, \ldots, u_n$ که در آن $u_۱=۱$ و $u_۲=۱$ و هر یک از جملات آن به استثناء دو جمله اول برابر مجموع دو عدد ماقبل است یعنی رشته اعداد:

۱, ۲, ۳, ۵, ۸, ۱۳, ...

به رشتهٔ **فیبوناچی معروف** است. چون دارای خواص جالب و زیبایی است به رشتهٔ **زیباییهای طبیعت** لقب یافته است.

جمله n ام رشتهٔ فیبوناچی یعنی

$$u_n=u_{n-۱}+u_{n-۲}$$

از عبارت $\frac{۱}{\sqrt{۵}}(\alpha^n-\beta^n)$ حساب می‌شود:

$\left[u_n=\frac{۱}{\sqrt{۵}}(\alpha^n-\beta^n)\right]$ که در آن α و β ریشه‌های معادلهٔ $x^۲-x-۱=۰$ است.

$$\alpha=\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲},\ \beta=\frac{۱-\sqrt{۵}}{۲}$$

حد رادیکال زیرین

$$\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\dots}}}}}$$

برابر عدد طلایی $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ است، زیرا که اگر آن را مساوی x بگیریم و طرفین را به قوهٔ ۲ برسانیم. خواهیم داشت:

$$x^2 = 1+\sqrt{\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\dots}}}}}$$

که جملهٔ دوم آن همان x است و در نتیجه داریم:

$$x^2 = 1\times x$$

و ریشهٔ مثبت این معادله چنین است:

$$x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

کسر مسلسل

$$x = 1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\dots}}}$$

نیز مقداری برابر عدد طلایی دارد پس می‌توان نوشت: $x-1=\frac{1}{x}$ یا $x^2-x-1=0$ که ریشهٔ مثبت آن $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ است.

تفریح اندیشه ۲

شش لیوان در قفسه‌ای به صف شده‌اند: سه لیوان پر از آب و سه لیوان خالی‌اند (تصویر را ملاحظه کنید). چگونه می‌توان با دست زدن تنها به یک لیوان، آنها را چنان مرتب کرد که لیوانهای آب و لیوانهای خالی یکی در میان باشند؟

جواب در صفحهٔ ۸۸