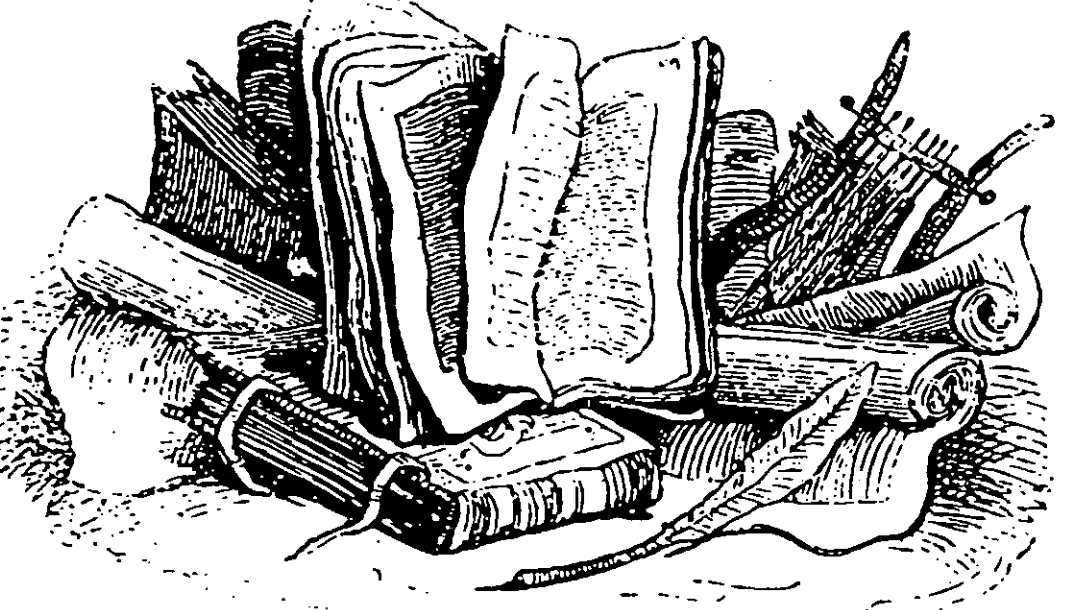


• غلامرضا یاسی‌پور

تاریخچهٔ مجلات ریاضی در ایران (۲۴)

در کار بررسی مجله‌های ریاضی ایران، می‌رسیم به فصلنامهٔ مجموعه، که مجموعه‌ای است از مقاله‌ها و مسائل ریاضی؛ شمارهٔ اوّل این فصلنامه، در بهار ۱۳۷۲، در ۱۳۶ صفحه، با قطع وزیری چاپ شده است و نویسندگان آن به نامهای موسی آذرنوش، پرویز شهریاری، حمیدرضا امیری، محمدهاشم رستمی، مهدی قمصری اصفهانی، احمد قندهاری، سید محمدرضا هاشمی موسوی، سید حسین سید موسوی و غلامرضا یاسی‌پور می‌باشند.

در مقدمهٔ ویراستار این مجموعه چنین آمده است که:

«قصدمان از نشر مجموعه، آشنا کردن خوانندهٔ علاقه‌مند، با وقایع و مطالب کهنه و نویی است که در جهان ریاضیات مطرح می‌شود و در این سرزمین وسیع دانش بشری اتفاق می‌افتد. کهنه‌ها را با حدیثی نو بیان می‌کنیم، سقفشان را می‌شکافیم و طرحی نو درمی‌اندازیم. نوها را نیز با روایتی دلنشین، آن چنان که نشان مردان راه شد، به بیان می‌نشینیم و به ضمان می‌ایستیم. آری قصدمان این است!

اما، قطع این مرحله بی‌همراهی خضر نتوانیم کرد که دراز است ره مقصد و ما نوسفریم.»

با سر مقالهٔ فصلنامه آشنا شدیم. اکنون برای آشنایی بیشتر با مقاله‌های آن، یکی از مقاله‌های آن را انتخاب کرده، به تمامی ذکر می‌کنیم. این مقاله، نظریهٔ بازیهاست به ترجمهٔ «غلامرضا یاسی‌پور»، از مرجع زیر:

J. Von Neumann and O. Morge stern, Theory of Games and Economic Behaviour, (John Wiley, 1953)

نظریهٔ بازیها* (قسمت اوّل)

مقدمه

تمام ماجرا در سال ۱۹۲۸ آغاز شد و آن، هنگامی بود که «جان فون نویمان[1]» ریاضیدان، در سالنامهٔ ریاضیات[2]، مقاله‌ای تحت عنوان «راجع به نظریهٔ بازیهای دسته جمعی[3]» به چاپ رساند. توسعه‌های بعدی این نظریه، در کتاب عالی، **نظریهٔ بازیها و رفتار اقتصادی**[4] نوشتهٔ جی. فون نویمان و او. **مورگنسترن** که ابتدائاً در ۱۹۴۴ به چاپ رسید و در ۱۹۴۷ در آن تجدید نظر شد، داده شده است. فرض این کتاب، این است که نظریهٔ اقتصاد می‌تواند از بررسی بازیهای استراتژی بهره‌مند شود. در حال حاضر، چنین احساس می‌شود که نظریهٔ بازیها، باید پیش از این که بتواند از ارزش عملی در موقعیّتهای بغرنج برخوردار شود، پیشرفت بیشتری داشته باشد. اما این آغاز کار و مقدمه‌ای است که می‌شود آن را از لحاظ خودش جالب یافت.

مدلهای اقتصاد[5]

وضعیت ناجور «رابینسون کروزوئه»ی بیچاره را، که تک و تنها در جزیره‌ای رها شده بود و باید خود، معاش خود را به بهترین وجهی که می‌توانست تأمین می‌کرد، در نظر بگیرید. هر چند او در گوشهٔ انزوا و تقلای خود برای زنده ماندن از امتیازی منحصر به فرد برخوردار بود؛ زیرا رقیبی نداشت که با او برای

جیرهٔ اندکی که به زور از چنگ طبیعتِ بی‌عاطفه به دست می‌آورد، به رقابت بپردازد ؛ چون لوازمِ زندگی‌اش (با در دست داشتن منابع کافی در جزیره) صرفاً با سعی و کوشش خود او تأمین می‌شد.

فرض می‌کنیم در آن جزیره، چندین کشتی شکسته بودند که هر یک، تنها در قصد فراهم کردن مصالح خود بود. از آن جا که کوشش دیگران می‌تواند منافی موفقیّت هر یک از اشخاص باشد، هر یک از آنان باید برای به حساب آوردن رفتار قابل انتظار رقبای خود، استراتژی خود را مشخص کند. امروزه، بررسی ریاضی استراتژیهایی که باید در چنین مواقعی که در آنها تنازع منافع رخ می‌دهد، به کار گرفته شود، به عنوان «نظریهٔ بازیها» شناخته می‌شود.

می‌توان آن‌چه را که موفقیّت هر فرد (یا گروه) را تشکیل می‌دهد، به عنوان ماکزیمم کردن کمیّت نمایش دهندهٔ «رضایت» توصیف کرد. اندازه‌گیری چنین مفهومِ ظاهراً مبهمی، آن طور که باید و شاید، **کار نظریهٔ «منفعت[۶]»** است. اما این فرض که اصلاً می‌توان چنین مقیاس عددی را تشکیل داد، جزءِ لاینفک بنیادهای نظریهٔ اقتصادی و در واقع در خود وجود پول است. بنابراین در تمام وضعیتها، وجود مقیاس عددی مناسبی را ـ که می‌توان راجع به آن به عنوان ارزش پولی فکر کرد ـ فرض می‌کنیم. این ارزش، مقیاس خطی رضایت یا منفعت در نظر گرفته شده و بنابراین ماکزیمم ارزش (پولی) مزبور، متناظر با بیشترین درجهٔ منفعت است و درجات نسبی سودمندی، به طور کامل، توسط ارزشهای وابسته با آنها نمایش داده می‌شوند.

در مورد رابینسون کروزوئه، یا هر وضعیت معادل آن، مسأله به ماکزیمم کردن یک تابع برمی‌گردد. از اختیارهای در دسترس، تمام کاری که شخص باید انجام دهد، انتخاب موردی است که متناظر با منفعت بزرگتری باشد. اما هنگامی که چندین رقیب موجود باشند، هر یک تابع منفعت خود را دارد و در حالت کلّی، امکان ندارد که هر بار ماکزیممِ بیش از یک تابع را مشخص کنیم و این همان عامل کلیدی است که نظریهٔ بازیها را از بهینه‌سازی ساده[۷] متمایز می‌کند.

حتی در بررسی بیش از یک فرد، تعریف این که چه چیز جواب منصفانه را به دست می‌دهد، مشکل است ؛ به عنوان مثال : ممکن است انتخابی که (مثلاً) ماکزیمم مجموع توابع منفعت را مشخص می‌کند، به بعضی از افراد، کم یا هیچ و به دیگران زیاد بدهد. از طرف دیگر، ممکن است انتخابی که به همه کم و بیش یکسان می‌پردازد، به اکثریّتی بسیار کمتر از آن مقداری که با انتخاب دیگر می‌توانستند به دست آورند، بدهد. ملاحظات و مسائل عدالت اجتماعی[۸]، بیشتر از آن که به اقتصاد تعلّق داشته باشد، به سیاست مربوط می‌شود و در این مورد، صرفاً با نظریه‌ای ریاضی و نه با استلزامات کاربرد آن، سر و کار داریم. همچنین کافی است که خاطرنشان کنیم که بعضی از استنباطهای وجدان اجتماعی[۹] را می‌توان به سادگی، با تعدیلی در توابع منفعت افراد انجام داد. از این مرحله به بعد، از مسألهٔ انصاف به کلی چشم‌پوشی می‌کنیم و مطالب را صرفاً با توجه به سود شخصی[۱۰] افراد در نظر می‌گیریم.

بازیهای دو نفره

بازیهای مستطیلی[۱۱]: می‌خواهیم برای وضعیت مورد بررسی مقدمه، مدلی ریاضی[۱۲] به دست دهیم. برای سادگی کار، توجه‌مان را به تضادّ منافع بین دو فرد، که آنان را «B» و«R» می‌نامیم، معطوف می‌کنیم. فرض می‌کنیم که B می‌تواند m انتخاب داشته باشد و آنها را با انتخاب عددی از مجموعهٔ $\{۱,۲,\ldots,m\}$ مشخص می‌کند. به همین ترتیب، فرض می‌شود که R دارای n اختیار، که با عددی از مجموعهٔ $\{۱,۲,\ldots,n\}$ مشخص می‌شود باشد.

باید فرض کنیم دستاورد[۱۳] هر شخص به انتخاب دیگری، نیز به انتخاب خودش، بستگی دارد، چه در غیر این صورت، به وضعیتی غیر رقابتی[۱۴] برمی‌گردیم. a_{ij} را برای دستاورد B در صورتی که انتخاب او عدد i و انتخاب R، عدد j باشد، می‌نویسیم ؛ و b_{ij} را در مورد دستاورد R، که از همین انتخابها حاصل شده باشد، در نظر می‌گیریم. برای واضحتر ملاحظه کردن مسألهٔ روبه‌رو شدن دو شرکت کننده، می‌توانیم مقادیر a_{ij} و b_{ij} را ـ که معمولاً در این زمینه «**پی‌آمد**[۱۵]» نامیده می‌شوند، به صورت جدولی درآوریم :

موارد انتخاب R

موارد انتخاب B							
۱	$a_{۱۱},b_{۱۱}$	$a_{۱۲},b_{۱۲}$	...	$a_{۱j},b_{۱j}$	...	$a_{۱n},b_{۱n}$
۲	$a_{۲۱},b_{۲۱}$	$a_{۲۲},b_{۲۲}$	...	$a_{۲j},b_{۲j}$	...	$a_{۲n},b_{۲n}$
.	.	.		.		.
.	.	.		.		.
.	.	.		.		.
i	$a_{i۱},b_{i۱}$	$a_{i۲},b_{i۲}$	...	a_{ij},b_{ij}	...	a_{in},b_{in}
.	.	.		.		.
.	.	.		.		.
.	.	.		.		.
m	$a_{m۱},b_{m۱}$	$a_{m۲},b_{m۲}$	...	a_{mj},b_{mj}	...	a_{mn},b_{mn}

باید از همین ابتدا تأکید شود که هیچ یک از دو شرکت کننده، هنگام انجام مورد انتخاب خود، از مورد انتخاب دیگری خبر ندارد. از طرف دیگر، فرض می‌کنیم که هر شرکت کننده، از جمیع اطلاعات واقع در جدول فوق، یعنی مقادیر جمیع اعداد a_{ij} و b_{ij} آگاه است.

برای بحث ریاضی وضعیتهایی چنین، مفید است که شرکت‌کنندگان را به عنوان *بازیکنی* در یک *بازی* در نظر بگیریم. در این صورت، با در دست داشتن جدولی چون جدول فوق، بازی دو بازیکن می‌تواند به این صورت درآید که از هر یک بخواهیم که بدون آگاه بودن از انتخاب بازیکن دیگر، حرکت خود را با انتخاب سطر یا ستونی انجام دهد. در این صورت، نتیجهٔ انتخاب، توسط درایهٔ واقع در آن سطر و ستون جدول مشخص می‌شود. نوع بازی‌ای که در کار بررسی آنیم، به عنوان *بازی مستطیلی*[۱۶] (یا بازی دو نفری[۱۷]) معروف است.

با مثالی، مسائلی را که دو بازیکن، در یک چنین بازی‌ای با آن روبه‌رو می‌شوند، نشان می‌دهیم. فرض می‌کنیم که جدول پی‌آمد به صورت زیر باشد.

موارد انتخاب R

موارد انتخاب B	X		Y		Z	
A	۸	۲	۰	۹	۷	۳
B	۳	۶	۹	۰	۲	۷
C	۱	۷	۶	۴	۸	۱
D	۴	۲	۴	۶	۵	۱

B می‌تواند با ملاحظهٔ جدول، چنین استدلال کند که: «جرأت انتخاب A را ندارم؛ زیرا اگر طرف Y را انتخاب کند، آن وقت من چیزی به دست نمی‌آورم. اگر B را انتخاب کنم، ممکن است که فقط یک ۲ نصیبم شود (البته اگر طرف Z را انتخاب کند) و انتخاب C، اگر او X را انتخاب کند، تنها یک ۱ به دستم می‌دهد. اما اگر D را انتخاب کنم، آن گاه حداقل ۴ نصیبم می‌شود، بنابراین D را انتخاب می‌کنم.»

با استدلالی مشابه، **R** به خود چنین می‌گوید: «ستون دوم وسوسه کننده است، از ۹ بالای آن خوشم می‌آید. اما اگر طرف B را انتخاب کند چه؟ در این صورت، اصلاً چیزی به من نمی‌رسد. ستون سوم مطمئن‌تر است؛ اما در این جا نیز اگر او C یا D را انتخاب کند، تنها یک ۱ نصیبم می‌شود. حداقل ستون اول بی توجه به این که چه پیش می‌آید، یک ۲ را برایم تضمین می‌کند. بنابراین اولین ستون، یعنی X را انتخاب می‌کنم.»

به این ترتیب، اگر هر دو بازیکن، با احتیاط بازی کرده، سعی در مینیمم نگاه داشتن باخت خود کنند، **B**، ۴ و **R**، ۲ به دست می‌آورد. اما فرض می‌کنیم **B** حدس بزند که **R** چه عملی انجام می‌دهد؟ چه بالاخره، او تمام جدول را ملاحظه می‌کند و بنابراین کاملاً توان استنباط استدلالی را که برای **R** دادیم، دارد. بنابراین شاید B اینک (به جای آنچه که قبلاً گفته) چنین استدلال کند: «برای من شانس به دست آوردن ۹ در سطر دوم وجود ندارد؛ زیرا طرف از انتخاب Y که با آن به موازات ۹ من ۰ می‌گیرد، حتماً ابا خواهد کرد. می‌شود برای به دست آوردن ۸ سراغ سطر سوم رفت؛ اما در این صورت، ممکن است (اگر او X را انتخاب کند) کارم تنها با یک ۱ تمام شود. اما در مورد هشت سطر اول چه؟ در این مورد، لازم نیست که نگران به دست آوردن ۰ باشم؛ زیرا طرف جرأت نمی‌کند به انتخاب Y که در این صورت ۰ خواهد گرفت (در سطر دوم) دست زند. حتی اگر Z را انتخاب کند، باز یک ۷ نصیبم می‌شود، که برایم از هر مورد سطر چهارم بهتر است. بنابراین A را انتخاب می‌کنم.»

این نقشه، البته به شرطی که R محتاط باشد، به خوبی به کار B می‌خورد؛ اما در صورتی که R حدس بزند که B به چه خیالی است، چه؟ در این صورت، ستون دوم را انتخاب می‌کند و با ۰ ی برای B، ۹ را نصیب خود می‌کند!

حتی بدون یک چنین حدس الهام آمیزی، R می‌تواند، انتخاب سطر سوم را بعد از استدلال اول، پیش‌بینی کند و بنابراین، برای این که ۶ را نصیب خود کند، به انتخاب ستون دوم بپردازد و با این کار، بار دیگر B را در صورتی که از استدلال دوم پیروی کرده، سطر اول را انتخاب کند، به بلا مبتلا نماید.

به نظر می‌رسد که نتیجهٔ تمام این مطالب این باشد که تا زمانی که هر دو بازیکن با احتیاط بازی می‌کنند، می‌توانیم نتیجهٔ بازی را پیش‌بینی کنیم؛ اما اگر یکی از آنها یا هر دو، سعی در پیش‌بینی کردن پیش‌بینی دیگری کند، هر اتفاقی می‌تواند رخ دهد.

تمرین (موقعیت دشوار**[۱۸] زندانیان)

دو مرد به علت داشتن تعداد کمی اسکناس تقلّبی، توسط پلیس دستگیر شده‌اند. در قرارگاه پلیس، آنان را برای استنطاق در دو اتاق جداگانه بردند. کارآگاه مسئول رسیدگی به این واقعه،

معتقد است که جاعلان اسکناس، خودِ این دو نفرند ؛ اما نمی‌تواند این موضوع را در دادگاه اثبات کند. به همین دلیل، مطلب زیر را با هریک از آنان به طور جداگانه مطرح می‌کند. اگر هیچ یک از آنان اقرار به جاعل بودن نکند، در این صورت، هر دو به کوشش در رد کردن اسکناسهای تقلّبی متهم شده و هر یک به هجده ماه زندان محکوم می‌شوند. اگر هر دو اقرار کنند، در این صورت، به علت جعل کردن، مورد تعقیب قرار می‌گیرند ؛ اما به مجازات سبک سه سال حبس محکوم می‌شوند. اما اگر تنها یکی از آنان اقرار کند، در این صورت، آزاد می‌شود ؛ در حالی که دیگری به هفت سال زندان محکوم خواهد شد.

با کنار گذاشتن هر گونه امکان «شرافت بین دزدان»، موقعیت دشواری را که هر یک از زندانیان با آن روبه‌رو شده، تحلیل کرده و نتیجهٔ کار را در صورتی که هر دو «به احتیاط بازی کنند»، معین کنید.

ابتدا جدول زیر را، برای نشان دادن امکانهای هر یک از زندانیان مورد اقرار یا انکار، رسم می‌کنیم :

	اقرار		انکار	
اقرار	۳	۳	۰	۷
انکار	۷	۰	$۱\frac{۱}{۲}$	$۱\frac{۱}{۲}$

در این مورد، اعداد جدول «دستاوردهای» منفی را نمایش می‌دهد ؛ و هر زندانی، مایل است که به کمترین تعداد سال زندانی شود. اگر از «صحبت» خودداری کند، در این صورت به شرطی که همدستش نیز همین کار را کند، به هجده ماه زندان محکوم می‌شود. اما اگر همدستش اقرار کند، پیه ۷ سال زندان را به تنش مالیده است. فرض می‌کنیم به جای این کار، اقرار کند، در این صورت، اگر همدستش از اقرار خودداری کند، آزاد می‌شود و در بدترین حالت، اگر همدستش نیز اقرار کند، سه سال زندان نصیبش می‌شود. بنابراین، محتاطانه‌ترین کار برای او اقرار است. همدستش نیز با استدلالی مشابه، به همین نتیجه می‌رسد. بنابراین اگر هر دو زندانی، به احتیاط عمل کنند، کارآگاه به رغم این واقعیت که دو زندانی، با اقرار نکردن، می‌توانند ایام محبس خود را نصف کنند، در اقرار گرفتن از آنان توفیق می‌یابد.

یادداشتها:

* - J. Von Neumann and O.Morgenstern, Theory of Games and Economic Behaviour

۱ ـ John Von Neumann

۲ ـ Mathematische Annalen

۳ ـ Zur Theorie der Gesellschaftss Piele

۴ ـ Theory of Games and Economic Behaviour

۵ ـ Medels of the Economy

۶ ـ Theory of Utility

۷ ـ Simple Optimization

۸ ـ Social Justics

۹ ـ Social Conscience

۱۰ ـ Self - Interest

۱۱ ـ Rectangular Games

۱۲ ـ Mathematical Model

۱۳ ـ Gain

۱۴ ـ Non - Competitive Situation

۱۵ ـ Pay - Off

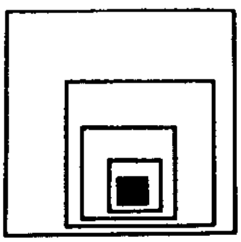
۱۶ ـ Rectangular Game = Matrix Game

۱۷ ـ Two - Person Game

۱۸ ـ Dilemma

** ـ برهان ذوحدین، قیاس ذوحدین

مسائل مسابقه ای



۱) ثابت کنید هر عدد طبیعی که رقم دهگانش زوج و رقم یکانش ۶ باشد، مربع کامل نیست.

۲) ثابت کنید هر عدد طبیعی که رقم یکان آن، ۱ یا ۴ یا ۹ و رقم دهگانش فرد باشد، مجذور کامل نیست.