تاریخچهٔ مجلات ریاضی ایران ۳

بررسی مجلهٔ ریاضیات دکتر مصاحب ناتمام ماند و ادامهٔ آن به این شماره موکول گردید. در شمارهٔ قبل به موضوعی به نام عشق به حساب رسیدیم و ذکر چند مسأله که در آن آورده شده بود.

مسأله: عبارت

$$(x-y)^۳+(y-z)^۳+(z-x)^۳$$

را به حاصل ضرب عوامل تجزیه کنید.

حل: برای حل این مسأله قبلاً به ذکر قضیهٔ ذیل که در بعضی موارد دانستن آن خالی از اهمیت نیست می‌پردازیم.

قضیه: هرگاه مجموع سه عدد جبری a و b و c صفر باشد، مجموع مکعباتشان مساوی است با سه برابر حاصل ضربشان، زیرا:

$$(a+b+c)^۳ \equiv a^۳+b^۳+c^۳+۳(a+b)(b+c)(c+a)$$

اما از شرط $a+b+c=۰$ نتیجه می‌شود:

$$a+b=-c \quad \text{و} \quad b+c=-a \quad \text{و} \quad c+a=-b$$

۱ـحال اگر این مقادیر را در اتحاد فوق قرار دهیم، چنین نتیجه می‌شود:

$$a^۳+b^۳+c^۳=۳abc$$

پس از ایراد این مقدمه گوییم چون مجموع سه مقدار $x-y$ و $y-z$ و $z-x$ صفر است مجموع مکعبات آنها مساوی است با سه برابر حاصل ضربشان، یعنی:

$$(x-y)^۳+(y-z)^۳+(z-x)^۳ \equiv ۳(x-y)(y-z)(z-x)$$

طریق دیگر: عبارت مفروض را پس از بسط پرانتزها و مرتب کردن به حسب قوای یکی از حروف، مثلاً x، می‌توان مرتباً چنین نوشت:

$$۳[x^۲(z-x)-(z^۲-y^۲)x+yz(z-y)]$$

$$=۳(z-y)[x^۲-x(z+y)+yz]$$

$$=۳(z-y)[x(x-z)-y(x-z)]=۳(z-y)(x-z)(x-y)$$

مسأله: معادلهٔ $x^۴+۴b^۳x+۳b^۴=۰$ را حل کنید.

حل: دو جملهٔ اول طرف اول معادلهٔ فوق متعلق است به بسط $(a+b)^۴$ زیرا:

$$(x+b)^۴=x^۴+۴b^۳x+۶b^۲x^۲+۴bx^۳+b^۴$$

با این ملاحظه، معادلهٔ مفروض چنین می‌شود:

$$(x+b)^4 - 6b^2x^2 - 4bx^3 + 2b^4 = 0 \qquad (1)$$

فرض کنیم $x+b=y$، معادلهٔ (۱) به این صورت بیرون می‌آید:

$$y^4 - 4by^3 + 6b^2y^2 = 0$$

از آنجا $y^2 = 0$، یعنی، $x=-b$ و یا $y^2 - 4by + 6b^2 = 0$، از آنجا

$$y = b(2 \pm \sqrt{-2})$$

پس

$$x = b(1 \pm \sqrt{-2})$$

مسأله: مکعب کاملی به صورت aab00daaa چنان بیابید که $b+d=a$ (مصاحب).

حل: فرض می‌کنیم $N=aab00daaa$، باقیماندهٔ تقسیم N بر ۳ مساوی است با باقیماندهٔ: $5a+b+d=6a$، پس N به ۲۷ قابل قسمت است، خلاصه:

$$N=110001111a+999000b \qquad (1)$$
$$=4074115\times 27a+6a+27\times 37000b=$$
$$\text{مضرب ۲۷}+6a$$

پس باید $6a$ مضرب ۲۷ باشد و چون $a\leq 9$ ناچار $a=9$، اینک تساوی (۱) را می‌توان چنین نوشت:

$$N = 3^3(36667037 + 37000b)$$

اما، $36667037 = 37\times 991001$، پس:

$$N = 3^3 \times 37(991001 + 1000b)$$

بنابراین مقدار داخل پرانتز باید به صورت 37^2k^3 باشد. اما منتها حد داخل پرانتز ۱۰۰۰۰۰۱ است، پس $37^2k^3 \leq 1000001$، یعنی $k^3\leq 730$ بنابراین $k\leq 9$. از طرف دیگر $37^2\times k^3$ باید به یک ختم شود و چون 37^2 به ۹ ختم می‌گردد ناچار باید k^3 به ۹ مختوم باشد و چون k^3 سه رقمی است، مساوی ۷۲۹ یعنی $k=9$ خواهد بود به قسمی که

$$991001+1000b=9^3\times 37^2$$

از حل این معادله معلوم می‌شود که $b = 7$، به قسمی که عدد مطلوب عبارت است از

$$997009999 = 3^3 \times 9^3 \times 37^3$$

و کعب آن ۹۹۹ است.

مسأله: تحصیل یکی از دستورات ریاضیات عالی به طریق مقدماتی

۱ - اعدادی مانند a_0، a_1، a_2، a_3، ... چنان بیابید که اتحاد ذیل محقق شود:

$$\log(1+x) \equiv a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + \cdots$$

حل: اگر در طرفین رابطهٔ فوق به جای x صفر قرار دهیم نتیجه می‌شود:

$$a_0 = 1$$

پس

$$\log(1+x) = a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \cdots$$

اگر در طرفین این رابطه به جای x، $2x + x^2$ قرار دهیم طرف اول آن معادل:

$$\log(1+2x+x^2)=2\log(1+x)=2(a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\cdots)$$

و طرف ثانی مساوی[1]:

$$a_1(2x+x^2)+a_2(2x+x^2)^2+a_3(2x+x^2)^3+$$

$$\equiv 2a_1x + x^2(a_1+4a_2) + x^3(4a_2+8a_3) + x^4(a_2+12a_3+16a_4)+\cdots$$

می‌شود و برای این که این دو مقدار عین یکدیگر باشند لازم است که ضرایب قوای متساویهٔ x مساوی باشند، یعنی:

$$2a_2=4a_2+a_1,\ 2a_3=4a_2+8a_3,\ 2a_4=a_2+12a_3+16a_4,\ldots$$

و هکذا. از این معادلات نتیجه می‌شود:

$$a_2=-\frac{a_1}{2},\ a_3=\frac{a_1}{3},\ a_4=-\frac{a_1}{4},\ldots$$

پس

$$\log(1+x)=a_1\left(x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\cdots\right) \qquad (1)$$

۲ - ضریب a_1 که در دستور فوق مشاهده می‌شود مربوط است به مبنای لگاریتم و آن را اساس دستگاه مفروض خوانند و در حالتی که $a_1=1$ باشد، لگاریتم را طبیعی نامند و مبنای آن به e نموده می‌شود. لگاریتم طبیعی اعداد را به علامت L_x می‌نماییم، پس:

$$L(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\cdots \qquad (2)$$

اگر a مبنای دیگری باشد بنابر (I - قسمت ۴) [۲]:

$$\log_a(1+x)=a_1 L(1+x) \qquad (3)$$

بنا براین برای به‌دست آوردن لگاریتم عددی در مبنای a کافی است لگاریتم طبیعی آن را در اساس دستگاه ضرب کنیم.

۳ - اگر در دستور (۳) به جای x+۱ عدد e را قرار دهیم حاصل می‌شود:

$$a_1=\log_a e \qquad (4)$$

بنابراین اساس هر دستگاه لگاریتم مساوی است با لگاریتم عدد e در آن دستگاه.

۴ - ظاهراً به نظر می‌آید که به مدد دستور (۲) می‌توان لگاریتم طبیعی تمام اعداد را تا هر حدی از تقریب که خواسته باشیم حساب کرد، ولی در عمل چنین نیست مثلاً برای اینکه از روی این دستور لگاریتم عدد ۲ را تا ۳ رقم اعشار به دست آوریم محاسبهٔ هزار جمله از رشتهٔ فوق لازم است و چنین محاسبه‌ای عملی نیست، لهذا دستورات دیگری به کار می‌برند که جمع آنها خیلی سریع تنزل کند و ما ذیلاً راه به دست آوردن این دستورات را متذکر می‌شویم:

اگر در دستور (۲)، x را به x- تبدیل کنیم حاصل می‌شود:

$$L(1-x)=-x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}-\cdots \qquad (5)$$

(اگر طرفین (۳) و (۵) را) [۳] از هم کم کنیم حاصل می‌شود:

$$L\left(\frac{1+x}{1-x}\right)=2\left(x+\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}+\cdots\right) \qquad (6)$$

فرض می‌کنیم $\frac{z+1}{z}=\frac{x+1}{1-x}$ از آنجا: $x=\frac{1}{2z+1}$ و چون این مقادیر را در دستور (۶) قرار دهیم این دستور به دست می‌آید:

$$L(z+1)=Lz+2\left(\frac{1}{2z+1}+\frac{1}{3(2z+1)^3}+\frac{1}{5(2z+1)^5}+\cdots\right) \qquad (7)$$

چنانکه دیده می‌شود جمل رشتهٔ داخل پرانتز خیلی به سرعت کوچک می‌شوند و دستور (۷) را می‌توان برای محاسبهٔ لگاریتم طبیعی اعداد استعمال کرد.

در دستگاهی که اساسش a_1 باشد، دو دستور (۶) و (۷) چنین می‌شود:

$$\log\frac{۱+x}{۱-x} = ۲a_۱\left(x+\frac{x^۳}{۳}+\cdots\right) \qquad (۶')$$

$$\log(۱+z)=\log z + ۲a_۱\left(\frac{۱}{۲z+۱}+\frac{۱}{۵(۲z+۱)^۳}+\cdots\right)$$

(۷')

۵ - برای مثال اساس دستگاه اعشاری و لگاریتم عدد ۲ را در آن دستگاه حساب می‌کنیم:

برای این مقصود در دستور (۶') به جای x مرتباً $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۱}{۹}$ قرار می‌دهیم حاصل می‌شود:

$$\log_{۱۰}۲ = ۲a_۱\left(\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۳\circ ۳^۳}+\frac{۱}{۵\circ ۳^۵}+\cdots\right)$$

$$۱-۲\log_{۱۰}۲ = ۲a_۱\left(\frac{۱}{۹}+\frac{۱}{۳\circ ۹^۳}+\frac{۱}{۵\circ ۹^۵}+\cdots\right)$$

مقدار داخل پرانتز اول مساوی است با: ۰/۳۴۶۵۷۳۵۹۰۳... و مقدار داخل پرانتز ثانی معادل است با: ۰/۱۱۱۵۷۱۷۷۵۷... و از حل دو معادلهٔ دو مجهولی فوق نتیجه می‌شود:

$a_۱ = ۰/۴۳۴۲۲۹۴۴۸\cdots \qquad \log_{۱۰}۲ = ۰/۳۰۱۰۳\cdots$

برای محاسبهٔ عدد e گوییم مطابق دستور (۴) [۴]:

$\log_{۱۰}e = ۰/۴۳۴۲۹۴۴۸\cdots$

از آنجا: $e = ۲/۷۱۸۲۸۱۸۲۸\cdots$

مجله مقالات مسلسلی تحت عنوان ریاضیّون ایرانی به قلم آقای مشیری[۵] دارد که در این جا برای مزید فایده، مقالهٔ مربوط به **ابوالوفای بوزجانی** آن را - گرچه به اختصار - می‌آوریم:

اسمش محمدبن‌محمد بن یحیی بن اسمعیل بن العباس از اهل بوزجان خراسان (در چهار منزلی نیشابور و شش منزلی هرات) و تولدش در بوزجان در سال ۳۲۸ روز چهارشنبهٔ اول رمضان بوده و ابتدا نزد **ابی‌عمرالمغازلی و ابی عبدالله محمد بن عنبسه** که عمو و دایی او بودند حساب و هندسه و علوم مربوط به آن را خواند و در سنهٔ ۳۴۸ عزم مسافرت عراق را نمود و در دربار عضدالدوله [۳۳۷ - ۳۷۲] و خلفا به عزّت می‌زیست. ابوالوفا یکی از جمله اشخاصی است که بر صحت عملیات و یجن‌بن رستم[۶] به معیت عدهٔ دیگر تصدیق نوشته است. **ابوالوفا و امیرابونصرعراق و ابومحمدخجندی** از واضعین علم مثلثاتند. ابوالوفا یکی از بزرگترین مخترعین هندسه است، و شکل ظلّی[۷] که در مثلثات کروی قدما عمل می‌شود بدو منسوب است، در تعدیلات اهلّهٔ قمر[۸] زحماتی کشیده. خواجه نصیرالدین طوسی و امیرابونصر عراق در اغلب از مصنفات خود ابوالوفا را استاد دانسته و به بزرگی ذکرش را آورده‌اند.

(بعضی از) مصنفات (او):

۱ - شرح بر کتاب جبر و مقابلهٔ خوارزمی

۲ - تفسیر مجسطی ذینوفنطس یونانی اسکندرانی (جبر و مقابله)

۳ - کتاب تفسیر کتاب ابرخس (هیپارک) در جبر و مقاله

۴ - کتاب المدخل الی‌الارثما طیقی و غیره.

***

عنوان بعضی از مقالات و مطالب مهم و جالب مجله عبارت است از:

۱ - **«نظریهٔ نسبی بودن خصوصی و عمومی»** به قلم آلبرت اینشتین

۲ - **چند مسأله از حساب عالی**

۳ - **ارزش ناپلئون**

۴ - **مسائل راجع به اسب شطرنج**، با این قطعهٔ منسوب به سعدی:

زمانی درس علم و بحث تنزیل[۹]
که باشد نفس انسان را کمالی
زمانی شعر و شطرنج و حکایات
کـه خـاطر را بـود دفـع ملالی

۵ - **معّما**، با این قطعه:

من از اعداد دانم یک عدد را
کز او یک کم نمودم می‌نشد کم
ورآن یک برسرش هم می‌فزودم
از آن، افزوده بر خود می‌نشد هم
از آن دشوارتر چیزی نباشد
برون آور به علم جبر، محکم

۶ - **پیردوفرما**، که در آن از قول پاسکال آمده که: «من در مسائل حساب فرما را اول شخص دنیا می‌دانم»، و در مورد آخرین قضیهٔ فرما آورده شده که:

پس از مرگ فرما در کتابخانهٔ او نیز چند کتاب که شامل حواشی و یادداشتهای فرما بود یافتند. در حاشیهٔ یکی از این کتب، مطلب ذیل یادداشت شده بود:

«ممکن نیست مکعب کاملی را به مجموع دو مکعب کامل تجزیه کرد و یا قوهٔ چهارم کاملی را به مجموع دو قوهٔ چهارم کامل تجزیه نمود و هکذا... من این قضیه را به وجه تعجب آوری ثابت کرده‌ام، اثبات آن در این حاشیه نمی‌گنجد[10]».

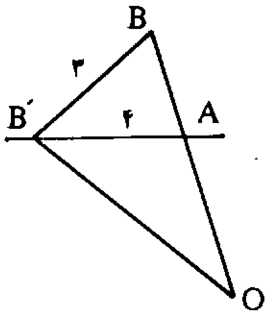
لازم است متذکر شویم که قبل از اینکه فرما این قضیه را طرح کند مسلمین آن را می‌دانستند و آن را جزو معضلات علوم ریاضی می‌شمردند چنانکه **شیخ بهاءالدین عاملی** علیه‌الرحمه (۱۰۳۰ ه) در کتاب خلاصة الحساب خود می‌فرماید:

قَد وقَع لِلحُکَماءِ الرّاسِخین فی هذَا الفَن مسائِل صَرفوا فی حَلّها اَفکارهم وَ وجَّهوا الیٰ اِسْتِخْراجها انظارهم و تَوَصَّلوا الیٰ کشفِ نِقابِها بکلِّ حیلَةٍ و تَوَسَّلوا الیٰ رفع حجابِها بکلِّ وَسیلَةٍ فَما اسْتَطاعوا الَیها سَبیلاً و لا وجَدوا عَلَیها مُرشِداً و دَلیلاً فَهِیَ باقیَةٌ علیٰ عَدَم الانحلالِ مِنْ قَدیمِ الزَّمانِ الیٰ هذَا الآنِ... و اَنا اوردتُ فی هٰذِهِ الرِّسالَةِ سَبْعَة منها عَلی سبیلِ الاُنموذج اِقْتداءً بِمنارِهِمْ وَ اِقْتِفاءً لِاٰثارِهِم و هِیَ هٰذِه: الاولی... الرّابعَة عَدَد مُکَعَّب قُسِّمُ بِقسمَین مُکَعَّبین[11].

۷ - **دو مسأله از مفتاح الحساب**[12]

— چند نفر داخل باغی شدند، اولی یک انار چید، دومی دو انار، سومی سه انار، و هکذا. بعد کلّیهٔ انارها را بالسّویه[13] بین خود تقسیم کردند و به هر یک ۶ انار رسید. مطلوب است عدهٔ آنان.

تیری مایلاً درآب قرار دارد و سه ذرعش از آب خارج است ($AB=۳$). در اثر وزش باد رأس تیر بر سطح آب فرود آمد (وضع OB'). بنابر آنکه فاصلهٔ دو وضع رأس تیر ۲ ذرع ($BB'=۳$) و فاصلهٔ دو مطلع آن از آب ۴ ذرع ($AB'=۴$) باشد، طول آن را معلوم کنید.



۸ - **نظریهٔ اضافیت خصوصی و عمومی**، که ادامهٔ نظریهٔ نسبی بودن خصوصی و عمومی است که در آن پس از این که مذکور افتاده که به کلی از جنبهٔ ادبی عاری است از قول اینشتین در مقدمهٔ آن چنین آمده:

«برای وضوح غالباً تکرار مطلب را لازم دیدم بدون اینکه توجه به جنبهٔ ادبی داشته باشم، در این باب نصیحت عالم نظری معروف[14] را پیروی کردم که می‌گوید: آن به که اندیشه‌های ظرافت و لطافت را به خیاطها و کفشدوزها واگذاریم.»

۹ - **تئوری آنسامبل**[15]، که در آن غیر از مطالب جالب معمول چند مطلب جالبتر زیر را می‌خوانیم:

امروز نیز، بسیاری از علمای ریاضی این نظریه را مورد مطالعه قرار داده و نه فقط از این جهت که در بحث خواص توابع اهمیت و موارد استعمال عدیده دارد در آن کار می‌کنند، بلکه از این لحاظ که خود فی حد ذاته یک مبحث و نظریهٔ علمی است در آن مطالعه

می‌نمایند. منتهی چون اصول اولیهٔ آن در سر حد ریاضیات و فلسفه قرار دارند آرای علما دربارهٔ آنها متفاوت است.

تعریفات. در اصطلاح منطق چیزی را که تعریف می‌کنیم مُعَرَّف (به فتح راء) و آنچه را مُعَرَّف به وسیلهٔ آن تعریف می‌شود مُعَرِّف (به کسر راء) خوانند. بدیهی است که مُعَرِّف باید از مُعَرَّف واضح‌تر باشد والا تعریف فایده‌ای نخواهد داشت. منطقیون این مطلب را به این شکل بیان می‌کنند که می‌گویند در تعریف باید معرِّف اجلیٰ از مُعَرَّف باشد.

از این جهت است که بسیاری از مبادی علوم را نمی‌توان تعریف کرد. مثلاً در علم ماوراءالطبیعه که از وجود بحث می‌کنند آن را تعریف نمی‌نمایند زیرا مقصود از تعریف وجود آن است که به کسی که مفهوم وجود را نمی‌داند به وسیلهٔ مفاهیم ساده‌تری معنی وجود را بفهمانیم و این ممکن نمی‌باشد، زیرا مفهومی از مفهوم وجود واضح‌تر نیست. هم چنین عدد و زمان و فضا و امثال آنها را نمی‌توان تعریف کرد.

«آنسامبل» نیز که در لغت به معنی مجموعه است از این قبیل می‌باشد. مفاهیم: مجموعهٔ اعداد صحیح واقعه بین ۱۰ و ۱۰۰، مجموعهٔ اعداد صحیح، مجموعهٔ مثلثهای متساوی الأضلاع، مجموعهٔ قوسهایی که جیب آنها اصم است و امثال اینها به قدری واضح است که ذکر تعریفی برای آنها ممکن نیست.

مجله گرچه گاه‌گاه غلطهای معدود خود را تصحیح می‌کند، از غلطهای البته سهوی خالی نیست و مثلاً در مسألهٔ ۱۰۳ از شمارهٔ ۵ سال اولش در حل مسألهٔ مربوط به اثبات

$$\mathrm{tg}\, k\alpha + \mathrm{tg}\, k\beta + \mathrm{tg}\, k\gamma = \mathrm{tg}\, k\alpha\, \mathrm{tg} k\beta\, \mathrm{tg} k\gamma$$

هم از فرض $\alpha + \beta + \gamma = \pi$، هم از شرط $k \in Z$ استفاده کرده است در حالی که هیچ‌یک از این دو در صورت مسأله نیست.

***

مجلهٔ ریاضیات در نوع خود بی‌نظیر است و شخصیت دقیق و جامع دکتر مصاحب - رحمةالله علیه - در سراسر شماره‌های آن آشکار است.

در اینجا از خوانندگان محترم به خصوص اعضای خانوادهٔ دکتر مصاحب و همکاران و شاگردان آن استاد کامل تقاضا می‌کنیم که علاوه بر شرح حال ایشان خاطرات خود را از این مرد عالم و کوشا در اختیار نویسندهٔ این مقالات قرار دهند تا در نوشتن تاریخ ریاضیات و ریاضیدانهای معاصر ایران از آن استفاده شود. وَاللّهُ‌اَعْلَمُ بِالصَّواب

++++

یادداشتها

۱ - مساوی و معادل به یک مفهوم به کار رفته‌اند که ظاهراً چنین نیست.

۲ - در (I - قسمت ۴) فرمول تغییر مبنای لگاریتم یعنی $\mathrm{Log}\,_bN=\mathrm{Log}_ba.\mathrm{Log}_aN$ آمده است. «قسمت» را به جای علامت دست نوشته‌ای که ندانستم چیست، به حدس آورده‌ام.

۳ - قسمت داخل پرانتز در متن اصلی در انتهای صفحه بوده و به تیغ صحاف از صفحه کاغذ معدوم شده است و ما آن را به قیاس آورده‌ایم.

۴ - یعنی دستور تغییر مبنا در لگاریتم، به ۲ رجوع کنید.

۵ - از این شخص اطلاعی نداریم، اگر خوانندگان دارند ما را هم بی‌نصیب نگذارند.

۶ - راجع به رصد کواکب سبعه

۷ و ۸ - این دو را ندانستیم که چیستند. از خوانندگان آگاه تقاضامندیم که توضیح مختصری در این دوباب بیاورند.

۹ - تفسیر قرآن.

۱۰- صورت امروزی این قضیه چنین است: هرسه جواب x و y و z معادلهٔ $x^n+y^n=z^n$، با $n\geq ۳$ و $n\in N$، نمی‌توانند صحیح باشند.

۱۱- ترجمهٔ آن چنین است:

همانا که برای حکیمان متخصص این فن (یعنی فن حساب) مسائلی پیش آمد که اندیشه‌شان را صرف حل آنها کردند و نظرشان را معطوف به استخراج آنها آوردند و برای برداشتن روپوششان به هر حیله‌ای دست زدند و در رفع حجابشان به هر وسیله‌ای متوسل شدند، اما راهی به سوی آنها نتوانستند و دلیلی به جانب آنها ندانستند، و این مسائل از ازمنهٔ قدیم تا به امروز همچنان حل ناشده باقی است... و من با رهروی به انوارشان و پیروی از آثارشان هفت مسأله از مسائل مزبور را ذکر می‌کنم و آن مسائل عبارتند از: مسألهٔ اول ... مسألهٔ چهارم: عدد مکعبی که به دو عدد مکعب تقسیم شود.

۱۲ - اثر غیاث الدین جمشید کاشانی

۱۳ - به طور مساوی

۱۴- این عالم معروف از نظر اینشتین را نشناختیم.

۱۵- Ensemble فرانسوی و به معنی مجموعه.