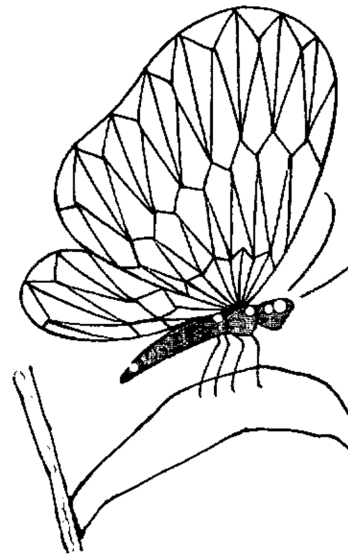


○ گردآورنده: روزبه یوسف‌نژاد

تئوری پروانه

اشاره

در این مقاله‌ی کوتاه کوشیده‌ایم شما را با نظریه‌ای به نام «نظریه‌ی پروانه» آشنا کنیم. سال‌ها پیش مبحث جدیدی به نام «تئوری پروانه[۱]» بیان شد که در علم ریاضیات جایگاه ویژه‌ای داشت. در اثبات این قضیه‌ی مهم، از مباحث چهارضلعی محاطی و هم‌نهشتی‌های مثلث‌ها و تشابه استفاده شده است که برای فهم مطلب، دانستن آن‌ها لازم است.

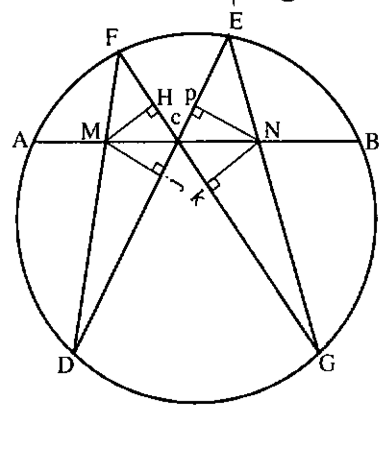
صورت قضیه

دایره‌ای فرضی به شعاعی خاص داریم و وتری از آن به نام AB را رسم می‌کنیم. وسط وتر را با نقطه‌ی C نشان می‌دهیم. حال دو وتر دل‌خواه ED و FG را رسم می‌کنیم، به‌طوری‌که محل برخورد آن‌ها در C باشد. دو سر نقاط D ، F ، G و E را به هم متصل می‌کنیم. حالا ما دو مثلث به نام‌های FDC و EGC داریم که دو ضلع FD و EG، وتر AB را به ترتیب در M و N قطع می‌کنند. حال طبق قضیه‌ی پروانه داریم:

قضیه‌ی پروانه ← NC=MC

اثبات قضیه‌ی پروانه

ابتدا برای اثبات، خطوط عمود MH، MJ، NP و NK را رسم می‌کنیم. بعد از آن، خطوط CB=CA را a، و خط MC را b و خط NC را d می‌نامیم.



مثلث‌های شکل متشابه‌اند و نسبت تشابه آن‌ها را می‌نویسیم:

	Propration (نسبت‌ها)	Triangles (مثلث‌ها)
(۱)	$\frac{CM}{CN}=\frac{MH}{NK}$	CNK و CMH
(۲)	$\frac{CM}{CN}=\frac{MJ}{NP}$	CNP و CMJ
(۳)	$\frac{MH}{NP}=\frac{FM}{EN}$	ENP و FMH
(۴)	$\frac{MJ}{NK}=\frac{MD}{NG}$	GKN و DMJ

$$(1)\times(2)\Rightarrow \frac{CM^2}{CN^2}=\frac{MH}{NK}\times\frac{MJ}{NP}=\frac{FM}{EN}\times\frac{MD}{NG}=\frac{FM.MD}{EN.NG}$$

$$=\frac{AM\times MB}{BN.NA}= \text{قوت نقطه در دایره}$$

$$\Rightarrow \frac{b^2}{a^2}=\frac{(a-b)(a+b)}{(a-d)(a+d)}=\frac{a^2-b^2}{a^2-d^2}$$

$$\Rightarrow b^2=d^2 \qquad b,d>0 \quad \Rightarrow b=d$$ حکم اثبات شد