

$\div$   $\lim$   $+$   
 $\sin x$   
 $\cos x$   $\tan x$   
 $-$   $\cot x$   $\times$



آموزش دهد و بخواهد تکنیک‌های مربوطه را در زمین انجام دهید. قطعاً اکثر شما مورد اول را می‌پسندید؛ ولی باید بدانید، با این مری شما هرگز ورزشکار نخواهید شد و تنها ساعاتی را به تفریح و وقت گذرانی پرداخته‌اید.

پس اگر موفقیت در هر امری، مستلزم دید کامل است، آیا برای ورود به دنیای ریاضیات - که امروزه اهمیت آن بر هیچ عالمی اعم از علوم مختلف پوشیده نیست و بر آن‌ها مبرهن است که علم و دید دقیق ریاضی، ابزار لازم برای موفقیت است - نباید با چشمان باز وارد شد؟

بنابراین در مواجهه با این علم و در حل مسائل مربوطه، نباید با عجله و بدون درک لازم، تنها به دنبال راه‌حل‌های تستی باشیم.

در مدارس امروز ما، متأسفانه دانش‌آموزان به این آفت مبتلا شده‌اند و تعریف درستی از ریاضیات ندارند. ظاهر ریاضی را نظاره می‌کنند و از ورود به دنیای زیبا و شگفت‌انگیز

امروزه بر کسی پوشیده نیست که موفقیت در هر امری، مستلزم علم کامل و اشراف دقیق بر موضوع است. یک معمار اگر نتواند ساختمانی را که قصد دارد بسازد، تجسم کند، از قدرت تحمل مصالح، ستون‌ها و دیگر اجزای آن اطلاع نداشته باشد یا از امکانات لازم در ساختمان برای زندگی بی‌خبر باشد، نمی‌تواند ساختمانی قابل قبول بسازد.

یک مکانیک اگر از کلیه اجزای اتومبیل و نحوه کارکرد آن‌ها و ظرفیت‌هایشان بی‌اطلاع باشد، هرگز مکانیک خوبی نخواهد شد.

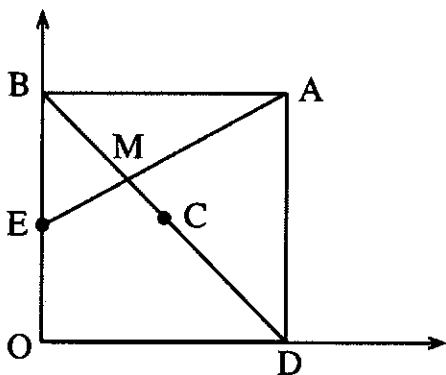
با وجود این، بعضی افراد در انجام امور خود عجز هستند و به طور شایسته به کار خود نمی‌پردازند. برای مثال، شما در زنگ ورزش، کدام معلم را دوست دارید؟ معلمی را که تویی را به شما بدهد تا به بازی مشغول شوید یا معلمی که نیم ساعت از زنگ ورزشتان را برای آمادگی و گرم کردن بدنتان برای انجام ورزش مورد نظر، اختصاص دهد، و به شما چند تکنیک را

می‌کند. بسیار توصیه می‌شود دانش‌آموزان سال اول این درس را جدی بگیرند. هرچه روی این درس وقت بگذارید، باز کم است. بسیاری از توانایی‌هایی را که لازمه موفقیت برای تحصیل در دانشگاه‌هاست، با این درس تقویت می‌شود. اگر از این درس غافل شوید، فرصت مغتنمی را از دست داده‌اید؛ فرصتی را که شاید دیگر هرگز به دست نیاورید.

از توصیه‌های دیگر این است که سعی کنید مسائل ریاضی را خودتان حل کنید. هرگز به یافتن راه حل مسأله اکتفا نکنید. سعی کنید خودتان برای هر مسأله‌ای جوابی بیابید، و هر مسأله ریاضی را از چند روش حل کنید. اکثر مسائل ریاضی، راه حل منحصر به فردی ندارند. تلاش کنید بیندیشید، تفکرات خود را بر روی کاغذ بیاورید و در انتها افکار خود را به معلمان خود ارائه کنید تا اشکالات خود را بیابید. اگر مدتی این روند را دنبال کنید، در خواهید یافت که به طور معجزه‌آسایی قدرت تحلیل بسیاری از مسائل ریاضی را یافته‌اید.

در پایان، حل یکی از مسائل ریاضی را که در کنکور سال قبل آمده است، به سه روش ارائه می‌کنیم. امیدواریم در شما انگیزه‌ای ایجاد شود تا از دیدگاه‌های گوناگون به مسائل بنگرید.

مسأله. در یک مربع به ضلع  $4\sqrt{3}$ ، خط واصل از رأس به وسط ضلع مقابل، قطر مربع را در  $M$  قطع می‌کند. فاصله نقطه  $M$  از وسط مربع چیست؟



راه حل اول. مطابق شکل، نقطه  $O$  را مبدأ اختیار می‌کنیم و محورهای دستگاه مختصات را بر امتداد اضلاع  $OB$  و  $OD$  بنا می‌کنیم (روش تحلیلی). آن‌گاه مختصات نقاط  $A$ ،  $B$ ،

آن خودداری می‌کنند، و خود را از درک این لذت‌محروم می‌کنند؛ بدون آن که بیندیشند رمز و راز موفقیت در چیست. چنین افرادی هرگز نمی‌توانند از ریاضی لذت ببرند و از مواهب آن بهره‌جویند، و همیشه خسته‌اند و موفقیت‌چندانی نخواهند یافت. آنان ریاضی را در حفظ نکات و حل تست‌های مختلف جست‌وجو می‌کنند؛ مانند کاری که آن‌ها در میدان فوتبال انجام می‌دهند و از گرم کردن خود و آماده کردن بدنشان برای انجام ورزش مورد نظر خودداری می‌کنند.

### اما راه و چاره کار چیست؟

پیش از هر توصیه، یادآور می‌شویم که برای به فعل درآوردن سلول‌های مغزی، باید تمرینشان داد، باید به مرور زمان با ورزش‌های مغزی، یعنی سعی در حل مسائل فکری، آن‌ها را به فعالیت واداشت و این عمل باید از اوان دبستان و حتی پایین‌تر آغاز شود، و با اندیشه کردن در مسائل ساده فکری، راه فعالیت‌های بعدی آن‌ها را هموار ساخت. معماهای ریاضی و مسائل هندسه، این وظیفه را به خوبی انجام می‌دهند. بنابراین توصیه می‌شود با علاقه و حوصله به آن‌ها پردازید و از این که ساعت‌ها و روزها روی آن فکر کنید، خسته نشوید. در مرحله دوم، سعی کنید مطالب ریاضی را به طور عمیق یاد بگیرید. در واقع، پیش از فهم دقیق موضوع، از یادگیری نکات تستی بپرهیزید. بسیاری از دانش‌آموزان بوده‌اند که تنها اوقات خود را مصروف یادگیری و حفظ نکات تستی کرده‌اند؛ ولی چون از عمق این مطالب بی‌خبر بوده‌اند، نتوانسته‌اند از آن نکات نیز به خوبی استفاده کنند و در کنکور ناموفق بوده‌اند. در واقع، فهم دقیق مطالب، شما را در یادگیری نکات تستی و به کارگیری مطلوب آن‌ها، یاری می‌کند.

به عقیده نگارنده، یکی از ارزشمندترین کتاب‌هایی که تاکنون در مرکز تألیفات کتب درسی چاپ شده است و موارد ذکر شده را به خوبی انجام می‌دهد، کتاب ریاضی تکمیلی و هنر حل مسأله است. کتابی که به طور شگفت‌آمیزی، توانایی‌های شما را در حل مسائل درسی، اعم از ریاضی و دیگر دروس و حتی تست‌ها بالا می‌برد؛ کتابی که در توسعه قدرت فهم و درک و سرعت حل مسائل، به شما کمک

$$\Rightarrow \frac{CM}{BM} = \frac{EM}{AM} = \frac{CE}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow CM = \frac{1}{2} BM$$

$$\Rightarrow CM = \frac{1}{3} CB$$

پس:

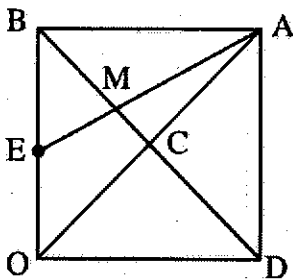
$$\Rightarrow CM = \frac{1}{3} CB = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} BD \right) = \frac{1}{6} BD = \frac{1}{6} (\sqrt{2} AB)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{6} \times 4\sqrt{2} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

راه حل سوم: محل تلاقی میانه‌های مثلث ABO است و می‌دانیم که فاصله محل تلاقی میانه‌های هر مثلث تا رأس،

$\frac{2}{3}$  و تا ضلع مقابل،  $\frac{1}{3}$  میانه نظیر است؛ پس

$$CM = \frac{1}{3} CB = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} BD = \frac{1}{6} \times 8 = \frac{4}{3}$$



E، D و C (مرکز مربع) به ترتیب برابر خواهند بود با:

$$B(0, 4\sqrt{2}) \text{ و } D(4\sqrt{2}, 0) \text{ و } E(0, 2\sqrt{2})$$

$$A(4\sqrt{2}, 4\sqrt{2}) \text{ و } C(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$$

حال معادلات خطوط گذرنده از AE و BD را به دست

می‌آوریم:

$$AE: y - 2\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}{4\sqrt{2} - 0} (x - 0) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 2\sqrt{2}$$

$$BD: y - 4\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2} - 0}{0 - 4\sqrt{2}} (x - 0) \Rightarrow y = -x + 4\sqrt{2}$$

اما محل تلاقی این دو خط است، لذا با حل دستگاه

زیر، مختصات M را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 2\sqrt{2} \\ y = -x + 4\sqrt{2} \end{cases}$$

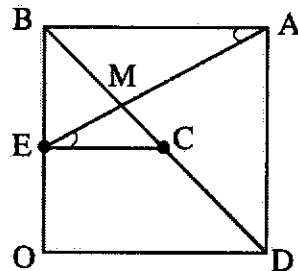
$$\Rightarrow M\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}, \frac{8\sqrt{2}}{3}\right)$$

و در آخر با داشتن مختصات نقاط C و M، طول CM را

می‌یابیم:

$$CM = \sqrt{\left(\frac{8\sqrt{2}}{3} - 2\sqrt{2}\right)^2 + \left(\frac{4\sqrt{2}}{3} - 2\sqrt{2}\right)^2} = \frac{4}{3}$$

راه حل دوم: با توجه به شکل داریم:



$$\left\{ \begin{array}{l} \angle AMB = \angle CME \text{ (متقابل به رأسد)} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \angle BAM = \angle MEC \text{ (} AE \parallel OB \text{ و } CE \parallel AB \text{)} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \Delta AMB \sim \Delta CME \text{ (بنابر حالت ۲ زاویه مساوی)}$$