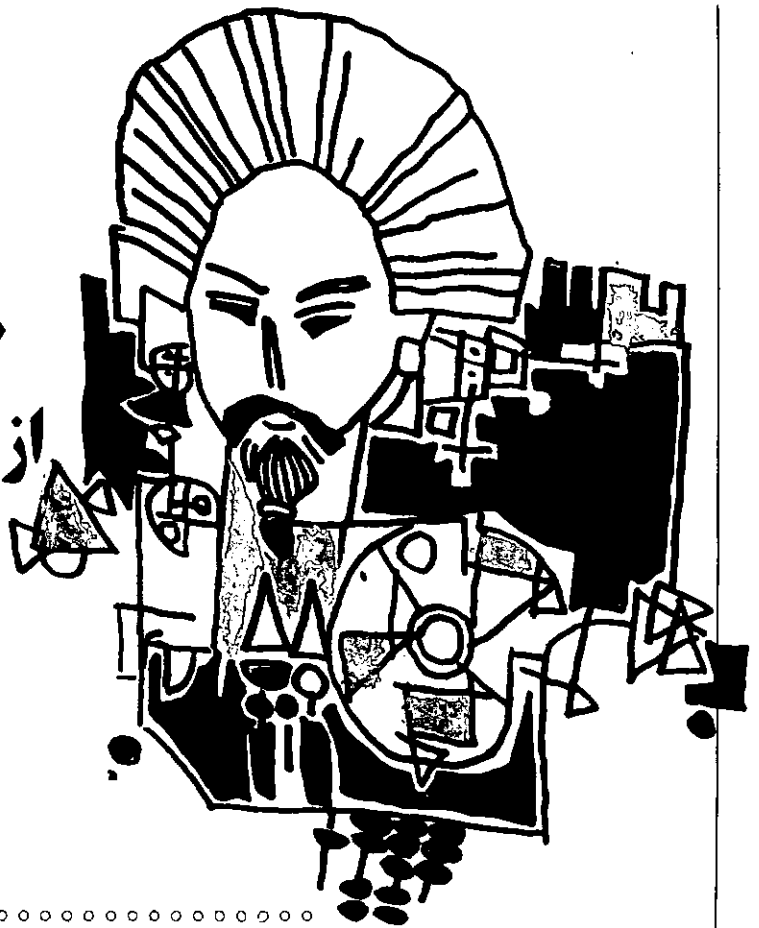
بیاموزیم از تاریخ



پرویز شهریاری

دنبالهٔ مقالهٔ
« آگاهیهایی از ریاضیات چین باستان »

کسرهای با منطق متری را، هنوز نمی‌توان کسرهای دهدهی امروزی دانست ؛ آنها تنها شکل نخستینِ کسرهای دهدهی به شمار می‌آیند. برای این که مفهوم کسر دهدهی، به صورتی انتزاعی شکل بگیرد، باید از پوشش منطق متری بیرون آید ؛ یعنی از پوسته و از حوزهٔ مقدارهایی که به خودی خود، اندیشهٔ تقسیم منظم واحدها را تلقین می‌کند، خارج شود و بتواند به طور کلی تا هر جا که لازم است، ادامه یابد. رسیدن به چنین ساختمان انتزاعی، کاری دشوار بود ؛ زیرا برای ریاضیدانان باستانی، همیشه مسأله‌ها به صورت مشخص و عملی آن مطرح بود.

در مسأله‌های باستانی، به طور معمول، سخن از اندازهٔ مساحت کف اتاق، حجم آب بند و آبراه و دیوار قلعه، گنجایش انبارهای غلّه، وزن ابریشم یا پنبهٔ خام و اندازهٔ پارچه‌های ابریشمی یا کتانی است. بنابراین، در مسأله‌هایی که از زندگی روزانه گرفته شده است، اغلب با مقدارهایی با منطق متری یا با عددهایی که برای واحدهای مختلف آن نامی وجود داشته باشد، سروکار دارند.

ولی ریاضیات، جوهر اصلی این مسأله‌های مشخص را جدا می‌کند و روشهایی برای حلّ کلی یک دسته از مسأله‌های معین به وجود می‌آورد، و کلی‌ترین و دشوارترین نوع مسأله‌ها را به حلّ ساده‌ترینِ آنها می‌رساند. به این ترتیب، مضمون عملی مسأله‌ها، تسلیمِ طرح‌های کلی می‌شود و با کنار رفتن آن، مسأله‌های خالص علمی پدید می‌آید.

در واقع، اکنون دیگر همهٔ امکانها، برای تنظیم مسأله‌ها به صورت کلی و بدون توجه به جنبهٔ عملی و کاربردی آنها پدید آمده بود. در «ریاضیات در نُه کتاب» به مسأله‌های کلی و حلّ جبری آنها برمی‌خوریم، در کتاب هفتم با عنوان «زیادی و کاستی» و در کتاب هشتم با عنوان «قانون خان ـ چین». ولی به طور کلی، برای مسأله‌های چینی، این ویژگی اساسی وجود دارد که جنبهٔ کاربردی، با مضمون انتزاعی به هم آمیخته است ؛ شبیه آن چه پیش از این برای بخشهای کسری آدم دیدیم.

سون تسرزی هم، وقتی درک خود را از کسرهای دهدهی، با مفهوم کلی پیشنهاد می‌کند، درست به همین ترتیب عمل می‌کند. او مقداری را انتخاب می‌کند که از پیش معلوم است بخشهای کوچکتری ندارد. این مقدار بخش‌ناپذیر، چیزی مثل آدم است که نمی‌توان دربارهٔ بخشی از آن سخن گفت. روشن است، بخشهای دهدهی چنین عددی، کسرهای دهدهی امروزی را معرفی می‌کند؛ گرچه خود به عدد به ظاهر انتزاعی نیست و به چیزی وابسته است. این مسأله را از کتاب آخر سون تسرزی انتخاب کرده‌ایم.

از بین ۱۵۰۰۰۰۰۰ دهقان، ۴۰۰۰۰۰ سرباز انتخاب شده است. می‌خواهیم بدانیم، از هرچند دهقان، یک نفر به سربازی رفته است!

✱ پاسخ: ۳۷ دهقان و ۵ فن.

در این جا آموزش کسر دهدهی مطرح نیست؛ ولی کسر دهدهی وجود دارد: ۳۷ عدد درست و ۵ دهم، با این که ۵ دهم دهقان نمی‌تواند وجود داشته باشد. در این‌جا ریاضیدان چینی، برای بخشهای دهدهی عدد از واژهٔ «فن» استفاده کرده است که به معنای $\frac{۱}{۱۰}$ تسون است. به کار بردن نامهای مشخص برای بخشهای دهدهی انتزاعی، همیشه معمول بوده است، بعدها هم از این عادت پیروی شده است. در چین باستان، این بخشهای دهدهی را از روی ارزش سکّه‌ها نامگذاری می‌کردند. سون تسرزی، بخشهای دهدهی «بو» را به کار می‌برد که به طور کلی وجود نداشت: «بو» از ۶ «چی» تشکیل شده بود. در این حالت «بو» مثل آدم، بخش‌پذیر بود.

این مرحله که بخشهای دهدهی هر عدد را با نام یک مقدار مشخص به کار می‌بردند، گذری است از مفهوم کسر با منطق متری به مفهوم کسر دهدهی. می‌بینیم، چگونه هر سه مقیاس، برای طول، وزن و حجم لازم می‌شود؛ در حالی که در آغاز، یکی از این مقیاسها کافی بود.

وقتی «فن» بخش دهدهی «تسون»، معنای نخستین خود را از دست داد، معنای تازه‌ای یافت و به طور کلی، برای بخش دهدهی به کار رفت. این معنا تنها برای بقیهٔ مقدارهای با منطق متری نبود؛ بلکه به طورکلی به بخش دهدهی یک عدد گفته می‌شد.

این درک تازه از مفهوم عدد و گسترده کردن آن، به صورت دستگاه دهدهی و پیدا شدن ردیفهای کوچکتر از واحد، ناشی از منطق درونی خود ریاضیات بود و به همین دلیل، در آغاز کاربردی محدود داشت.

دو مسأله را از رسالهٔ سون‌تسرزی مقایسه می‌کنیم. این مقایسه بخوبی می‌تواند، احتیاطی را که در گذار به وضع تازه وجود داشته است، روشن کند. یکی از آنها، مسألهٔ بیست و یکم از کتاب میانهٔ رساله است، به این شرح:

کف اتاقی به شکل منحنی است که طول آن ۶۳۹ بو و قطر آن ۳۸۰ بو است. مساحت کف اتاق چقدر است؟

باید مساحت قطاع دایره را بنابر دستور چینی به دست آوریم.

$$\text{مساحت قطاع} = \frac{C}{۲} \times \frac{D}{۲}$$

که در آن، C طول کمان و D طول قطر دایرهٔ قطاع ست. برای نصف کردن طول کمان، یعنی ۶۳۹ بو، عدد دهدهی ۳۱۹/۵ بو به دست می‌آید. سون تسرزی، این مقدار را این طور به دست می‌آورد:

طول کمان را نصف می‌کنم، ۳۱۹ بو ۵ فن می‌شود.

ولی در همین کتاب از رساله، مسألهٔ شانزدهم هم وجود دارد:

طنابی داریم به طول ۵۷۹۴ بو. اگر با آن مربعی بسازیم، طول ضلع مربع چه قدر است؟

✱ پاسخ: ۱۴۴۸ بو و ۳ چی.

پاسخ این مسأله را می‌شد به صورت کسر دهدهی ۱۴۴۸/۵ بو داد؛ ولی سون تسرزی این کار را نمی‌کند. از این دو مسأله، روشن می‌شود که سون تسرزی، زیر فشار سنت بوده است. در عملی که سون تسرزی، به عنوان یک عمل بینابینی انجام می‌دهد، به خودش حق می‌دهد، از یک بدعت محاسبه‌ای استفاده کند. این کار برای او خطری ندارد؛ زیرا در مسألهٔ اوّل و برای محاسبهٔ قطاع، سرانجام باید ۳۱۹/۵ را در ۱۹۰ ضرب کند و در نتیجه، کسر دهدهی باقی نمی‌ماند. ولی وضع در مسألهٔ دوم فرق می‌کند. کارمند ادارهٔ ارضی، کتاب را مطالعه می‌کند و ممکن است به خاطر واحد اختراعی تازه، به زحمت بیفتد و می‌بینیم که سون تسرزی لازم می‌بیند، در این مسأله از

قانون خودش بگذرد و همان اندازه‌های قدیمی و عادی را برای طول در نظر بگیرد. البته، حَل مسأله پیچیده‌تر می‌شود؛ ولی آیا سون تسرزی هم می‌خواهد همین را نشان بدهد؟ به جای یک عمل تقسیم، ناچار شده است دو عمل دیگر را هم انجام دهد:

طول طناب را ۵۷۹۴ بو برقرار می‌کنم، آن را بر ۴ تقسیم می‌کنم، ۴۴۸ بو به دست می‌آورم و ۲ بو هم باقی می‌ماند. باقیمانده را در ۶ ضرب می‌کنم، ۱ چژان و ۲ چی به دست می‌آید. آن را بر ۴ تقسیم می‌کنم، ۳ چی به دست می‌آورم.

همین شباهت تاریخی را در ریاضیات بابلی هم می‌توان یافت. در آن‌جا از دستگاه شصت شصتی محاسبه استفاده می‌کردند که بر اساس موضعی‌بودن رقمها بنا شده بود و تنها در محاسبه‌ها به کار می‌رفت؛ ولی مقدارهای داده شده و نتیجه را در دستگاه شصت شصتی یا دستگاه دهدهی غیرموضعی (که در متنهای اقتصادی به کار می‌رفت و در زندگی و عمل رواج داشت) بیان می‌کردند.

ویژگی اصلی کسر دهدهی، یعنی انتقال ممیّز به راست (یا به چپ) با ضرب عدد در توانی از ۱۰ (یا تقسیم عدد بر توانی از ۱۰)، در چین باستان بخوبی شناخته شده بود، در زبان چینی، دو اصطلاح وجود داشت؛ «شان شی چژه» به معنای بزرگ کردن یک عدد با ضرب آن در ۱۰ و «توی» به معنای عقب کشیدن و حرکت از یک مرتبه به سمت چپ. این عمل‌ها ضمن حلّ مسأله‌های ۲۱ و ۲۲ در کتاب سوّم سون تسرزی وجود دارد. یکی از این مسأله‌ها را در این‌جا می‌آوریم:

یک «پی» کتان ۱۸۰۰۰ «تسیان» می‌ارزد. ارزش یک «چژان»، یک «چی» و یک «تسون» کتان به طور جداگانه چه قدر است؟

*** پاسخ:** چژان ۴۵۰۰ تسیان؛ چی ۴۵۰ تسیان؛ تسوی ۳۴ تسیان[۱]

روش حل: ۱۸۰۰۰ تسیان را برقرار می‌کنم. آن را بر ۴ تقسیم می‌کنم، ارزش یک چژان به دست می‌آید. به طرف راست عقب می‌کشم، دوباره به طرف راست عقب می‌کشم و ارزش چی و تسون را به دست می‌آورم.

در این مسأله، اصطلاح «توی» به کار رفته است. در مسألهٔ ۲۲ که عدد ۱۸۰۰۰۰۰۰ را در ۱۰۰ ضرب می‌کند، مرتبه را به سمت چپ می‌برد؛ یعنی به زبان امروزی، نماد ممیّز را دو رقم به سمت راست می‌برد. در مسألهٔ ۹ از کتاب سوّم رسالهٔ سون تسرزی، ضرب در ۴۰ با دو عمل انجام می‌شود؛ ضرب در ۱۰ و سپس ضرب در ۴.

به این ترتیب چینیها، به دلیل روش خوب و پیشرفته‌ای که در محاسبه داشتند، در حالی که نه لگاریتم را می‌شناختند و نه مثلثات را، به برتری کسرهای دهدهی پی برده بودند و نظر من این است که مفهوم کسر دهدهی، در سدهٔ سوم میلادی و در چین کشف شده است. درست است که بعدها هم، ویژگی متری بودن کسرهای دهدهی باقی ماند؛ ولی این ویژگی به سمت انتزاع کشش داشت.

به گواهی تاریخ، «تسه زو چون ـ چژی»، ریاضیدان سدهٔ پنجم چین هم از این کسرها استفاده می‌کرد. نام این ریاضیدان، به آن دلیل در تاریخ آمده است که عدد π را تا شش رقم درست بعد از ممیّز محاسبه کرده بود.

«تسین تسه زیو ـ شا او»، «چژوشی ـ تسه‌زه»، «لی له» و «یان هوئد» جبردانهای سدهٔ سیزدهم و چهاردهم میلادی هم، کسرهای دهدهی را به کار برده‌اند. اصطلاح امروزی چینی «سیا او شو» (عددهای کوچک)، برای کسرهای دهدهی، مربوط به «چژوشی ـ تسه‌زه» است. او برای اندازه‌گیری طول تا 10^{-16} «چی» پیش رفته بود و نامهایی برای این مقیاسها گذاشته بود که تا مدتها و تا زمانی که ریاضیات غرب به چین نفوذ کرد، به کار برده می‌شد. «یان هوئد» در یکی از مسأله‌های خود، در آغاز کسر متعارفی را به کسر دهدهی تبدیل می‌کند، و سپس عمل ضرب را انجام می‌دهد. در دورهٔ «کانگ ـ هی» (۱۶۶۲ ـ ۱۷۱۲) در واحدهای اندازه‌گیری قدیمی ـ که گویا «هوان دی» امپراتور افسانه‌ای سدهٔ بیست و هفتم پیش از میلاد، آنها را به کار می‌برد ـ تجدیدنظر کردند. جدولهای اندازه‌گیری را به این ترتیب درست کرده، در «فرهنگ ریاضی» ضبط کردند. در این جدولها، اندازه‌های کسری دقیق داده شده است؛ برای طول تا 10^{-31} «چی»، برای حجم تا 10^{-14} «شن» و برای وزن تا 10^{-16} «لانو» بستگی بین واحدها، تقریباً در همه‌جا به صورت دهدهی است و بستگیهای از نوع «۶ چی = ۱ بو» به بستگی ساده‌تر «۵ چی = ۱ بو» تغییر یافته است.

در این‌جا، تکامل کسرهای دهدهی را، از صورت کسرهای با منطق متری به کسرهای دهدهی انتزاعی، کم و بیش به تفضیل بررسی کردیم. ولی خود کسرهای با منطق متری چگونه پدید آمدند؟ چه ضرورتی موجب پیدایش آنها شد؟

روشن است، بدون در نظر گرفتن اثر تختهٔ محاسبه (که محاسبه با کسرهای دهدهی به یاری آنها انجام می‌گرفت)، نمی‌توان پاسخ این پرسش را یافت. برای این بررسی، نگاهی به تاریخ منطق متری می‌اندازیم.

واحدهای مختلف اندازه‌گیری، در رشته‌های گوناگون فعالیت آدمی، همزمان و بدون بستگی با یکدیگر پدید آمده است. به یاری «پی» و «دوان» (یعنی تکّه) پارچه را اندازه می‌گرفتند، به یاری «بو» (گام) طول ضلعهای تکّه زمینها را به دست می‌آوردند، به‌یاری «لی» (ورست) فاصله تا نقطه‌های پرجمعیت را بیان می‌کردند و «چی» که اکنون برابر $\frac{۱}{۳}$ متر است و در طول تاریخ از ۰/۱۹ متر تا ۰/۳۴ متر تغییر کرده است، برای اندازه‌گیری وسیله‌های منزل و بعضی چیزهای دیگر به کار می‌رفت.

وقتی هر کدام از این واحدها در جای خود مستقر شدند، لازم بود با هم مقایسه شوند. البته بستگی بین این واحد، دهدهی نبود. ولی وقتی ضمن محاسبه، دانشمندان به عددهای خیلی کوچک و خیلی بزرگ برخوردند، وضع تغییر کرد. در این حالتها باید از مقیاسی منظم استفاده می‌شد و این مقیاس به طور طبیعی در دستگاه شمار دهدهی وجود داشت ؛ زیرا در آن می‌توان به طور دلخواه و تا هر اندازه که لازم باشد، از دو طرف عدد جلو رفت.

تاریخ چین، از نخستین قانونگذاری دربارهٔ اندازه‌ها خبر می‌دهد. این قانونگذاری در سدهٔ سوّم پیش از میلاد و به وسیلهٔ «تسین شی هوان دی» انجام گرفت. این امپراتور، چین را به صورت یک دولت واحد درآورد و اصلاحهایی انجام داد ؛ خط نوشتنی را یکنواخت کرد، برای عبور ارّابه‌ها جاده کشید و غیره. تا زمان او آشفتگی زیادی در زمینهٔ اندازه‌گیریها بود. برای نمونه :

۸ «چی» = ۱ «سیون»، = «۲ سیون» = ۱ «چژان» و همچنین ۸ «چی» = ۱ «ژن». گاهی هم ممکن بود ۴ «چی» یا ۷ «چی» تشکیل یک «ژن» را بدهند.

بویژه مطالب زیادی دربارهٔ منطق متری می‌توان در «رسالهٔ ریاضی سون تسرزی» یافت. اگر نخستین صفحهٔ این رساله را باز کنیم، به جدول اندازه‌ها و وزنها برمی‌خوریم. با این جدولها بیشتر آشنا شویم. بیش از همه، جدول سوّم برای اندازه‌گیری حجمها جالب است که در مسألهٔ «مربوط به مبادله» غلّه، با آن برخورد می‌کنیم. این جدول شامل جزءهای کوچکتر، نسبت به واحد «دوی» است :

برای تعیین حجم با آغاز از «سو» :

زاگه = ۱۰ شا او	زاگوی = ۶ سو
زاشه‌نو = ۱۰ گو	راتسو = ۱۰ گوی
زادوی = ۱۰ شرنو	زاچااو = ۱۰ تسو
اهو = ۱۰ دوی	زاشااو = ۱۰ چا او

این جدول از این جهت جالب است که در همهٔ برابریها، بجز نخستین آنها، با شمار دهدهی ساخته شده است. به همین دلیل، همان‌طور که پیش از این هم دیدیم، می‌توان از آنها برای نشان دادن عددها به صورت کسرهای با منطق دهدهی بسادگی استفاده کرد. برای نمونه، اگر «دوی» را واحد بگیریم، به یاری جدول می‌توان تا ۶ رقم دهدهی را محاسبه کرد.

یادآور می‌شویم اگر بعکس، «گوی» را به عنوان واحد در نظر بگیریم، می‌توان دستگاهی با ردیفهای مشخص برای بیان عددهای بزرگ در دست داشت ؛ به نحوی که برای هر مرتبه، نامی وجود داشته باشد. سون تسرزی، دو نمونه از چنین دستگاهی را ساخته است ؛ در دستگاه اوّل، به هر مرتبهٔ تازه که از $۱۰^{۸}$ آغاز می‌شود، نامهای ویژه‌ای داده است. در دستگاه دوم (که برای عددهای بزرگ است) نامهای مشابهی برای هریک از مرتبه‌های جدید، یعنی $۱۰^{۸}$، $۱۰^{۱۲}$، $۱۰^{۱۶}$، ... آمده است.

جدول دیگر، شامل اندازهٔ وزنهاست که ابتدا جزءهای آن، اهمیت جزءهای واحد حجم را ندارد. واحدهای وزن در چین، دهدهی نبود ؛ بجز آن که این جدول دهدهی نیست و از قانون هماهنگی هم پیروی نمی‌کند.

برای وزن کردن با آغاز «شو» :

یک تسه زین = ۱۶ لانو	ز یک لِنی = ۱۰ شو
یک تسه زیون = ۳۰ تسه‌زین	ز یک چژو = ۱۰ رنی
یک دوانیو = ۴ تسه زیون	ز یک لانو = ۲۴ چژو

همان‌طور که دیده می‌شود، برابریِ بین اندازه‌ها در این جدول، بجز دو تای اوّل، به صورتهای متفاوت است. بروشنی معلوم است که، برابریِ اوّل هم، بعد از تنظیم جدول به آن

اضافه شده است. این موضوع، به ما در این نتیجه‌گیری کمک می‌کند که جدولهای سون‌تسرزی، نه یک جمع‌آوری سادهٔ واحدهای موجود، بلکه نتیجه تنظیم و اصلاح آنها بوده است، در آغاز، واحد اصلی تعریف می‌شود، سپس رابطهٔ بین واحدهای مختلف، تا حدّ امکان، به صورت دهدهی داده شده است.

جدولها، بروشنی دربارهٔ منطق متری سخن می‌گویند. برای تشکیل اندازه‌های کوچکتر یا بزرگتر، واحدهای اصلی را با شیوه‌های مختلف می‌شکستند یا با هم یکی می‌کردند. تنها بعدها این عمل را به صورت مقیاس دهدهی در آوردند. این مطلب را بیش از همه، می‌توان از جدول اندازه‌های طول فهمید که سون تسرزی، رسالهٔ خود را با آن آغاز می‌کند :

برای اندازه‌گیری طول، از «هو» آغاز می‌کنم. اگر بخواهی دربارهٔ «هو» بدانی، نخی است که کرم ابریشم پدید می‌آورد :

یک پنبو = ۱۰ چژان
یک دوانیو = ۵۰ چی
یک پی = ۴۰ چی
یک بو = ۶ چی
یک مو = ۲۴۰ بو
یک لی = ۳۰۰ لو
یک سی = ۱۰ هو
یک ها او = ۱۰ سی
یک لی = ۱۰ ها او
یک فن = ۱۰ لی
یک تسون = ۱۰ فن
یک چی = ۱۰ تسون
یک چژان = ۱۰ چی

اندازهٔ طول «هو»، به اندازهٔ قطر تار ابریشم تعیین می‌شود. یکی از اندازه‌هایی که در این جا نام برده شده، مربوط به مساحت است. «هو» واحد مساحت است و بنابراین، باید گفته می‌شد : ۲۴۰ «بو»ی مربع برابر است با یک «مو»ی مربع. آن طور که از مسألهٔ اوّل «ریاضیات در نُه کتاب» برمی‌آید، این مساحت مستطیلی است با ضلعهای به طول ۱۵ و ۱۶ بو (گام). «تسین شی هوان دی»، اندازهٔ «چی» را با ۵ رقم دهدهی داده است.

می‌بینیم، چگونه روش محاسبه، در منطق متری اثر می‌گذارد و این به نوبهٔ خود، مایهٔ اصلی برای عامتر شدن کسرهای دهدهی شد. تختهٔ محاسبه، همراه با استفاده از روش موضعی عددنویسی، به پیدایش کسرهای دهدهی یاری رساند. روی این تخته باید بسادگی عملهای تقسیم و ریشه گرفتن، بدون توجه به مرزی که ستون عددهای درست را مشخص می‌کنند، انجام شود. هر ستون خالی که در سمت راست ستون واحد باشد، می‌تواند برای به دست‌آوردن رقمهای دهدهی به کار رود، که به زبان امروز، به معنای این است که در سمت راست نماد ممیّز، صفر قرار دهیم.

ولی تختهٔ محاسبه هم، به نوبهٔ خود محدودیتهایی پدید آورده بود ؛ بعد از انجام عمل روی تخته، به محض این که نتیجه را از آن جدا می‌کردند، شکل موضعی بودن خود را از دست می‌داد. چینیها برای نوشتن، از اصل «ترکیب ضربی» استفاده می‌کردند ؛ یعنی از دستگاه دهدهی که رقمهای آن نامهای موضعی داشت ؛ شبیه آن چه در دستگاه عدد شماری شفاهی امروز داریم. در این عددشماری، صفر وجود ندارد ؛ همان‌طور که روی تخته هم وجود نداشت. نبودن نماد صفر (به نحوی که صفر را به عنوان یک رقم مثل سایر رقمها در نظر بگیرند)، سدی در راه شکل نهایی کسرهای دهدهی شد. به همین دلیل است که در کسر دهدهی چینی، نمادی برای ممیّز هم وجود ندارد. روی تخته، شبیه کسرهای دهدهی امروزی نشان داده می‌شد و هر رقم درست در جای خودش بود ؛ ولی همین که از تخته جدا می‌شد و نتیجهٔ عمل به صورت نوشته در می‌آمد، صورت منطق متری، یعنی رقمهایی با نامهای ویژه به خود می‌گرفت ؛ درست مثل شمار شفاهی که یک دستگاه موضعی با ترکیب ضربی است. ما شاهد سون تسرزی و تلاش او برای بیرون آمدن از این وضع بودیم و در ضمن دیدیم، چگونه با سختی توانست در این راه موفّق شود.

از این به بعد، کسرهای متعارفی و دهدهی، در مسیر پیشرفت خود، به دو راه مختلف افتادند. کسر به عنوان نسبت دو عدد، آغازی برای تعمیم مفهوم عدد شد و این امکان به دست آمد که زمینه‌های مختلف جبر ساخته شود، این جنبهٔ جبری، تعمیم مفهوم عدد بود.

اگر کسرهای متعارفی، نمونه‌های ساده‌ای هستند که عملهایی بنابر قاعده‌های معلوم، روی آنها انجام می‌شود، کسرهای دهدهی، مفهوم بی‌نهایت و مسأله‌های ناشی از آن را، در درون خود نهفته داشتند.

کسر دهدهی، پایه‌ای برای تعمیم و پیشرفت مفهوم تقریب در زمینهٔ رشته‌ها و کسرهای مسلسل شد. بی‌تردید نیوتون برای تبدیل تابع به یک رشته، از اندیشهٔ کسر دهدهی الهام گرفته است ؛ زیرا کسر دهدهی شبیه رشتهٔ پیوسته‌ای است که در آن، هر رقم معرّف درجه‌ای از دقّت مقدار واقعی عدد است، و این، جنبهٔ تحلیلیِ مفهوم عدد است.

*