

سال

از تاریخ پیاموزیم

(۴)

گامهای نخستین در تکامل شمار
(از بوریس گنه دینکو)

● پرویز شهریاری



کار عملی و ذهنی انسان است. نوشته‌های قدیمی ریاضی، کم و بیش تا سده هجدهم، اختراع حساب را به «عقل یک فیلسوف قدیمی» یا «فیثاغورس حکیم، نابغه یونان باستان» و غیره نسبت می‌دادند. از جمله ماگنیتسکی، نویسنده نخستین کتابهای درسی در روسیه، در کتاب خود به نام «حساب» از فیثاغورس به عنوان مخترع و پایه‌گذار این دانش نام می‌برد. در افسانه‌های زیبای یونان باستان، اختراع عدد درست به پرومته نسبت داده شده است. در این باره، بویژه در تراژدی «آشیل» به نام «پرومته در زنجیر» سخن رفته است. در مجلس دوم تراژدی، پرومته خطاب به «او که آیند» پیر، که با او همدردی می‌کند، می‌گوید: «... از رنجهای آدمیان فانی بشنوید که در آغاز،

گروهی درمانده بودند،

به آنان آموختم که بیندیشند و خرد را به کار گیرند ...

یکی از کهن‌ترین و در ضمن اساسی‌ترین مفهوما در ریاضیات، مفهوم عدد مثبت و درست، یعنی مفهوم عدد طبیعی است و تا زمانی که انسان وجود دارد، از اهمیت این مفهوم چیزی کم نمی‌شود. مفهوم عدد هم، همچون همه مفهوماهای دیگر ریاضیات، در جریان برخورد انسان با طبیعت و در جریان کار و فعالیت انسان برای زندگی، قوام گرفته است.

از زمانهای کهن تا سده نوزدهم میلادی، بسیاری از نویسندگان، اختراع عدد را به یک نابغه و فیلسوف بزرگ یا در جایی بجز قلمرو انسان نسبت می‌دادند. این جمله کرونگر، دانشمند بزرگ جبر مشهور است که: «به جز عددهای طبیعی که ساخته ذهن بشر نیست، بقیه عددها را انسان آفریده است.»

با بخش اخیر نظر کرونگر موافقیم؛ ولی ناچاریم بخش اول سخن او را درست کنیم؛ چرا که عددهای طبیعی هم، نتیجه‌ای از



۲۰۰ سال جهانی ریاضیات

و سپس کاربرد عددها را که سرآمد دانستنیهاست ...
به آنها نمودم ...»

همه این افسانه‌ها زیبا و دلنشینند و اگر آن را درست بپنداریم، از هرگونه پژوهش و جست‌وجوی علمی درباره نخستین گامهایی که انسان در راه پیشرفت مفهوم عدد برداشته است، آزاد می‌شویم؛ ولی ما راه دیگری را برمی‌گزینیم؛ راهی که بيمودن آن دشوارتر است؛ اما ما را به حقیقت نزدیک می‌کند. در آغاز، ریشه و بنیان مفهومهای ریاضی را در کارهای روزانه انسان نخستین جست‌وجو می‌کنیم. در این باره، با دشواریهای زیادی رو به رو می‌شویم؛ زیرا از دورانی که مفهوم عدد درست شکل می‌گرفت، هیچ نوشته‌ای به ما نرسیده است؛ آن زمانی هم که دیگر انسان، برای آیندگان نوشته‌هایی باقی گذاشت، از نظر هنر شمردن، به اندازه کافی به کمال رسیده بود.

به این ترتیب، دانش ناچار است برای نتیجه‌گیری، از مدرکهای غیرمستقیم استفاده کند. این مدرکها کدامند؟ پیش از همه باید از تژادشناسی نام برد؛ زیرا با بررسی فرهنگ ملت‌هایی که در دوران پیش از تاریخ به سر می‌برند، می‌توان درباره دوره‌های تکامل ملت‌های دیگر هم داوری کرد. سرچشمه دیگر پژوهش، زبان است که نه تنها وسیله بستگی انسانها به یکدیگر است؛ بلکه بازمانده‌ای از فعالیتهای معنوی قومهای کهن هم می‌باشد. در زبان و در ویژگیهای دستوری آن، آگاهیهای گرانبهایی نگهداری شده است که تا اندازه‌ای، به روش شمردن مردم آن زمان، و این که چگونه به شمارش امروزی رسیده‌ایم، راهنمایی می‌کند.

جای افسوس است که لشکرکشیها و سیاست به آتش کشیدن، نوشته‌های محلی و ملی مردم شمال و جنوب امریکا، افریقا و استرالیا را، کم و بیش به طور کامل، نابود کرد. معلوم شده است که در بسیاری حالتها، تمامی یک قوم را به طور کامل نابود کردند. مهاجمان، که مبلغان مسیحی سده‌های میانه هم در میان آنها بودند، اغلب دستوری دادند تمامی اترهای مادی فرهنگ قوما نابود شود. مردم را ناچار می‌کردند از اعتقادهای خود دست بردارند و صفحه‌هایی از نوشته‌های آنها را که به تاریخ نیاکان آنها مربوط می‌شد، از بین می‌بردند. در نتیجه، امروز تنها آگاهی‌هایی ناقص و پراکنده از این دوران بسیار جالب تاریخی در اختیار داریم. با این

همه، آگاهی‌هایی که به وسیله جهانگردان در جریان سده‌های ۱۸ و ۱۹ جمع‌آوری شده است (و البته، چندان زیاد نیست)، اهمیت زیادی درباره تاریخ دانش دارد و زمینه اصلی کار را برای ترسیم طرح تاریخی و پیدایش مفهوم عدد درست در اختیار ما می‌گذارد. روشن شده است که بسیاری از قبیله‌ها، می‌توانستند «حساب» کنند؛ بدون این که نامهای ویژه‌ای برای عددها داشته باشند. بنابر آگاهی‌هایی که به وسیله «ایاسماپار» کاشف معروف قطب (۱۷۹۰ - ۱۸۵۵) به ما رسیده است، در آن زمان، اسکیموها، اگر بیش از سه فرزند داشتند، نمی‌توانستند آنها را بشمارند. با وجود این، اگر یکی از فرزندانشان غایب بود، متوجه می‌شدند؛ یعنی بدون این که برای هر کدام از آنها، نشان ویژه جداگانه‌ای داشته باشند، می‌توانستند حساب آنها را نگه دارند.

همین طور، آنها سگهای زیادی داشتند؛ البته نمی‌توانستند تعداد آنها را نام ببرند؛ ولی می‌توانستند شرح کاملی درباره هر یک از آنها بدهند؛ سگی که در زمستان قحطی به دنیا آمد، سگ سفید با لکه‌های سیاه و غیره.

از قبیله‌های «آبی‌بون» که بین دو رودخانه «ریوبرمه خور» و «ریوسالادو» زندگی می‌کردند و در نتیجه سیاست مستعمراتی اسپانیا، به کلی نابود شده‌اند، داستانهای زیادی از زبان جهانگردان باقی مانده است. یکی از این جهانگردان می‌نویسد، در زبان این قوم، تنها برای عددهای یک، دو و سه، نامی وجود داشته است، با وجود این، وقتی یک «آبی‌بون» بر زمین می‌نشست و سگهای متعدد خود را برای شکار جمع می‌کرد، اگر متوجه غیبت یکی از سگها می‌شد، بی‌درنگ به جست‌وجوی آن می‌پرداخت.

در این مرحله از تکامل، عدد به خودی خود و به عنوان یک مفهوم مستقل درک نمی‌شود؛ بلکه همراه با سایر ویژگیها است و به کیفیت چیزهایی مربوط می‌شود که مجموعه را تشکیل داده‌اند. طبیعی است، شمردن چیزها و مقایسه تعداد عضوهای مجموعه‌های مختلف، کار دشواری است. آگاهی‌های پراکنده‌ای که در نوشته‌های مؤلفان تمدنهای نخستین وجود دارد، این ادعا را ثابت می‌کند که عمل شمارش برای قومهای اولیه، مسأله‌بفرنجی بوده است که هر وقت به آن می‌پرداختند، برایشان بی‌اندازه خسته‌کننده و ملال‌آور بود.

سفال

گفتم: «بوم، بوم»، (روز، روز). همه‌های در گرفت؛ ولی مسأله را به این ترتیب حل کردند که تکه‌های کاغذ را با دقت در برگ درخت نان پیچیدند تا در روستا دوباره آنها را بشمارند.»

می‌بینیم، مهارت در شمردن مربوط به وجود نام ویژه‌ای برای عددها یا وجود نمادهایی برای رقمها نیست.

شکل گرفتن عددها را باید از مرحله‌های بالای تکامل شمار دانست. مدتها پیش از آن که نامهای ویژه‌ای برای عددها پیدا شود، برای بیان تعداد چیزها، نامهایی وجود داشت. معلوم شده است نزد برخی از قبیله‌های افریقایی، برای هر یک از حالت‌های ۳ گاو، ۳ درخت، ۳ جنگ و غیره نام ویژه‌ای دارند یا برخی از قبیله‌های غرب کانادا که نامی برای عدد ۳ ندارند، برای ۳ چیز از نامهای گوناگونی استفاده می‌کنند. «تخه» - سه چیز، «تخانه» - سه برگ، «تختات» - سه مرتبه، «تختاوتن» - در سه جا و غیره. بومیان فلوریدا برای ۱۰ تخم مرغ می‌گویند «نانکوا» و برای ۱۰ سبب «نابانارا»؛ ولی به طور جداگانه برای عدد ۱۰ (که به چیزی مقید نباشد) از واژه «نا» استفاده نمی‌کنند و برای عدد ۱۰ هیچ واژه‌ای ندارند.

گمان می‌رود، ویژگیهای شمار که سرانجام منجر به نامگذاریهای خاص شده است، کم و بیش به چیزهایی مربوط می‌شود که به یاری آنها شمار انجام می‌گرفته است. روشن است این چیزها، یعنی وسیله‌های کمکی شمار، از بین چیزهایی انتخاب می‌شد که به انسان نزدیکتر است؛ مثل عضوهای بدن. همین حقیقت را در مطلبی که از «میکلوخو - ماکلائی» آوردیم، دیدیم. در آن جا بومیها از انگشتان دست خود استفاده می‌کردند. و این، منحصر به آنها نیست و در جاهای دیگر هم می‌توان با آن برخورد کرد. نویسنده «ضد دوریگند» در این باره می‌گوید: «مفهومهای عدد و شکل، از جایی جز جهان واقعی، گرفته نشده است. ده انگشت که انسان شمردن، یعنی نخستین عمل حساب را روی آنها یاد گرفت، همه چیز هست جز محصولی که زائیده اندیشه خالص باشد. برای شمردن، نه تنها باید چیزهایی داشته باشیم که آنها را بشماریم؛ بلکه باید این استعداد را هم داشته باشیم که، ضمن بررسی این چیزها، هر ویژگی دیگری جز شمار را، از آن جدا کنیم و این استعداد هم، در نتیجه تکامل تاریخی طولانی که متکی بر تجربه باشد، به دست می‌آید.»

«ک. شتای‌نن» جهانگرد و نژادشناس، نمونه جالبی در این باره نقل می‌کند. او حدود سالهای هشتاد سده نوزدهم، در عمق جنگلهای آمازون، به قبیله «باکایو» برخورد که از نظر تکامل، دز سطح پایینی بودند. او بارها از بومیان خواسته بود ده دانه را بشمارند. «آنها به کندی، ولی درست، تا شش دانه را می‌شمردند؛ ولی برای شمردن دانه‌های هفتم و هشتم با ناراحتی متوقف می‌شدند، نشاط خود را از دست می‌دادند، هاج و واج به دور و بر خود نگاه می‌کردند، از دردسری که گرفتارشان کرده بود، غرغر می‌کردند و سرانجام هم یا از پاسخ طفره می‌رفتند و یا با به فرار می‌گذاشتند.» در یادداشتهای روزانه و نوشته‌های «میکلوخو - ماکلائی» مشاهده‌های جالبی درباره شمار، در میان بومیان گینه نو وجود دارد. وقتی بومیها پرسیدند کشتی کی می‌آید، ماکلائی نتوانست پاسخی بدهد؛ ولی «فکر کردم موقع آن است، بینم بومیها چگونه می‌شمارند. چند نوار کاغذ برداشتم، آنها را از طرف عرض بریدم و به تکه‌های کوچکتری تقسیم کردم. خودم نفهمیدم چند تکه بریدم. ولی مشتیی از آنها را به یکی از بومیها دادم و گفتم هر کاغذ، به معنای ۲ روز است. همه جمعیت بومی را دوره کرد و او به یاری انگشتانش شمردن را آغاز کرد؛ ولی مثل این که ناراحت بود، یا دست کم دیگران این طور گمان کردند که او نمی‌تواند بشمارد. تکه کاغذها را از او گرفتند و به دیگری دادند. کسی که کاغذهای بریده را گرفت، با غرور خاصی، جایی نشست، یک نفر را هم به یاری خواست و شمردن را آغاز کرد. اولی تکه‌های کاغذ را روی زانویش می‌چید و برای هر کدام تکرار می‌کرد. «ناره، ناره»، (یعنی یکی)؛ دومی واژه «ناره» را تکرار می‌کرد و همراه با آن، یکی از انگشتان خود را می‌بست؛ اول انگشتان یک دست و سپس انگشتان دست دوم را. وقتی به ۱۰ رسید و همه انگشتان دو دست او بسته شد، دو مشت بسته خود را تا زانو پایین آورد و با صدای بلند گفت «دو دست». در همین موقع، نفر سوم به یاری آمد و یکی از انگشتان خود را خم کرد، سپس برای ده تکه کاغذ دوم، یک انگشت دیگر و برای دهه سوم، انگشت سوم خود را هم بست. تعداد بقیه تکه کاغذها به ده نمی‌رسید و آنها را به کناری گذاشتند. به نظر می‌رسید کار شمردن تمام شده است؛ ولی من آرامش آنها را به هم زدم؛ یک تکه کاغذ برداشتم، دو انگشت خود را نشان دادم و

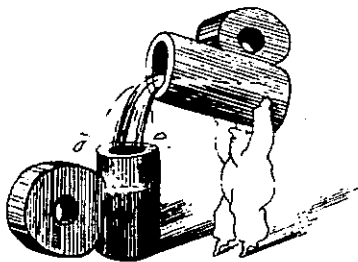
سال جهانی ریاضیات



به واقع، به زمانهای گذشته ببرد؛ چرا که زندگی مردم امروزی در آگاهیهای ریاضی بومیهای بی اثر نبوده است.



تفریح اندیشه ۱



ظرف A یک لیتر آب و ظرف B یک لیتر شیر دارد. مهرداد ۰/۵ لیتر از آب ظرف A را در ظرف B می ریزد و آن را به آرامی هم می زند. آن گاه $\frac{1}{4}$ لیتر از این مخلوط را در ظرف می ریزد، به آرامی ظرف A را هم می زند و از این مخلوط $\frac{1}{4}$ لیتر را در ظرف B خالی می کند. پس از هم زدن محتوی ظرف، ۰/۵ لیتر از آن را در ظرف A می ریزد.

مشخص کنید پس از انجام این اعمال مقدار شیر موجود در ظرف A بیشتر است یا مقدار آب موجود در ظرف B؟

• از کتاب تفریح اندیشه با بازیهای عددی ترجمه سیمین دخت ترکبور

جواب در صفحه ۸۸

برای نمونه یادآور می شویم، بین قبیله های جزیره مارولاگ در تنگه تورس، این نامها برای عددهای مضرب ۵ وجود دارد:

۵- «دست»، ۱۰- دست دست، ۱۵- پا، ۲۰- پا و دست. در ضمن، برای ۵ می گویند «نایی گت» که به معنای «به اندازه انگشتان دست» است؛ نه نام عدد ۵.

میکلوخو- ماکلای، درباره عدد شماری بومیان گینه نو می نویسد: «بومیان، روش جالبی برای شمردن دارند؛ آنها انگشتان خود را یکی پس از دیگری می بندند و صدای معینی را تکرار می کنند. وقتی به پنج می رسند، می گویند «دست». بعد، آغاز به بستن انگشتان دست دیگر خود می کنند... تا به «دو دست» برسند... و برای ۱۵ «یک پا» و برای ۲۰ «دو پا». اگر لازم باشد باز هم بعد از آن را بشمارند، از انگشتان دست و پای دیگری استفاده می کنند.»

شقایق زن، در کتابی که درباره قبیله های «باکالیر» نوشته است، درباره استفاده از اندامهای بدن برای شمار می نویسد: «وقتی باکالیرها آغاز به شمردن می کنند، انگشت کوچک دست چپ خود را می گیرند و می گویند «توکاله». بعد انگشت میانه کوچکتر خود را به آن اضافه می کنند و می گویند «آخاگه». سپس انگشت میانه بزرگتر را و می گویند «آخاگه - توکاله» بعد با اضافه کردن انگشت نشانه می گویند «آخاگه - آخاگه». سرانجام با اضافه کردن انگشت شست می گویند «آخاگه - آخاگه - توکاله» بعد نوبت به انگشتان دست راست می رسد و هربار می گویند «مهرا» (این). به همین ترتیب به انگشتان پای چپ و بعد پای راست خود می رسند و هربار واژه «مه را» را تکرار می کنند. اگر به بیش از آن نیاز به شمردن داشته باشند، موهای خود را می گیرند و به این ور و آن ور می کشند.»

توجه به این مطلب جالب است که قبیله های باکالیر، برای نامگذاری عددها، تنها از دو واژه استفاده می کنند: «توکاله» و «آخاگه». در بسیاری زبانها نامگذاری نخستین عددها با نامهای اندامهای انسان یا حیوان، بستگی نزدیک دارد و اغلب این نامها هنوز هم وجود دارد. برای نمونه، در زبان چینی، هم به عدد ۲ و هم به گوش ها «یو» می گویند. در تبت، واژه «پات شا» هم به معنای ۲ و هم به معنای بال است و بین «گوتن توت ها» واژه «تکوآم» هم به معنای ۲ و هم به معنای دست است.

نباید گمان کرد، گواهی زئادشناسی از این گونه، می تواند ما را