از تاریخ بیاموزیم (۳)

● پرویز شهریاری

دوره‌های تکامل تاریخ ریاضیات[1]

گفتیم که ریاضیات، برای پیشرفت خود، راهی دراز پیموده است: برای این که بتوانیم، با سادگی بیشتر، قانونمند بودن این پیشرفت را نشان دهیم و دیدگاه‌های اصلی، که راه را برای این پیشرفت گشوده‌اند، تشخیص دهیم، باید پیش از همه، دوره‌های تکامل ریاضیات را بروشنی از هم جدا کنیم.

این پرسش پیش می‌آید که چگونه این دوره‌ها را تقسیم کنیم و چه اصلهایی باید راهنمای این تقسیم باشد؟ آیا باید این دوره‌ها را به دلیل دانشمندان برجسته‌ای تعیین کرد که مسأله‌های زیادی در جهتهای مختلف طرح کرده‌اند و در طول سالهای زیادی دربارهٔ مسیرهای اساسی فکری که باید در ریاضیات دنبال می‌شد، نقشی تعیین‌کننده داشته‌اند؟ یا آن که باید دوره‌های مسیر تاریخی ریاضیات را به‌وسیلهٔ ملتهایی تعیین کرد که در گذشته توانسته‌اند به گنجینهٔ دانش بشری، ذخیرهٔ قابل توجهی بیفزایند؟ یا شاید بتوان دوره‌های مختلف تاریخ ریاضیات را، با توجه به تقسیم تاریخ جامعهٔ انسانی، براساس شکلهای مختلف تولید اقتصادی، طرح ریخت؟ در این صورت، باید از ریاضیات جامعهٔ ابتدایی، دوران نظام بردگی، فئودالیسم، سرمایه‌داری و دوران پس از آن صحبت کرد.

ولی روشن است که هیچ یک از این سه روش، نمی‌تواند راضی‌کننده باشد. در واقع، اگر دوره‌های مختلف پیشرفت ریاضیات را، برای نمونه، با روش اخیر بپذیریم، به‌طور طبیعی این پرسش پیش می‌آید که: بین ریاضیات دوران بردگی با ریاضیات جامعهٔ ارباب و رعیتی چه اختلافی وجود دارد؟ یا چه مرزی، ریاضیات نظام سرمایه‌داری را از ریاضیات نظام فئودالی جدا می‌کند؟... پرسشهایی که بدون پاسخ می‌مانند.

این روشهای تقسیم دوره‌های گذشتهٔ تاریخ ریاضیات، از این جهت راضی‌کننده نیستند که یا بر پایهٔ جنبه‌های خاص و غیراساسی تکامل دانش قرار گرفته‌اند و یا از ویژگیهای درونی ریاضیات، که بسیار جدّی است، منحرف شده‌اند. وقتی از تاریخ ریاضیات و مرحله‌های آن سخن می‌گوییم، در درجهٔ اوّل، باید به شرطهای

اصلی مربوط به تکامل خود ریاضیات بپردازیم و سپس، بستگی این شرطها و دلیل تأثیر آنها را در چیزهایی از نوع اقتصاد، نظامهای اجتماعی، تکامل صنعت و دانشهای تجربی، دیدگاه‌های گوناگون فلسفی و غیر آن، بررسی کنیم.

تاریخ ریاضیات را به چهار دورهٔ مختلف می‌توان تقسیم کرد :

۱. دورهٔ زایش ریاضیات ؛

۲. دورهٔ ریاضیات مقدماتی ؛

۳. دورهٔ ریاضیات با کمیتهای متغیر ؛

۴. و سرانجام، دورهٔ ریاضیات کنونی.

آغاز دورهٔ نخست، در ژرفای سده‌های گذشته کم می‌شود. تردیدی نیست که مفهومهای نخستین ریاضیات، با خود وجود جامعهٔ انسانی همراه است : تصورهایی از نوع «بیشتر» و «کمتر»، «برابری»، «فاصلهٔ کوتاهتر»، در مرحله‌های ابتدایی انسانهای نخستین هم، ولو به صورت ناآگاهانه، وجود داشته است. نیازهای زندگی، انسان را وامی‌داشت تا به محاسبه بپردازد و راهی برای اندازه‌گیری طول، سطح یا حجم پیدا کند. ذخیرهٔ آگاهیهایی که روی هم انباشته می‌شد، فزونی می‌یافت. ولی این، هنوز حکم یک مجموعهٔ پراکنده را داشت و به عنوان عنصرهای شاخهٔ مستقلی از دانش، که موضوع خاص و روش کار خاصی داشته باشد، احساس نمی‌شد. می‌توان دورهٔ زایش ریاضیات را، به عنوان یک دانش مستقل، نزدیک به شش سده پیش از میلاد دانست ؛ ولی این، یک تاریخ مشروط است ؛ زیرا بسیاری از ملتها خیلی دیرتر توانستند درک ریاضی خود را، به این دوره برسانند (و هستند قومهایی که هنوز به این مرحله نرسیده‌اند). در مقالهٔ بعدی خواهید دید، از نوعی محاسبه صحبت شده است که در بین برخی قومها، در سدهٔ نوزدهم و آغاز سدهٔ بیستم دیده شده است.

در این دوره، ریاضیات مقدماتی پایه‌ریزی شده است. انسانهای ناشناخته‌ای با کار خلّاق خود و براساس تجربه‌های بسیار، مسأله‌هایی را طرح کردند و به گنجینهٔ دانش بشری افزودند. این آفریننده‌های بی‌نام دانش بشری، به دلیل نیازهای زندگی اقتصادی، به کشفهای خود جهت دادند، بتدریج راه عمل کردن با عددهای طبیعی را شناختند، سپس به بررسی عددهای کسری راهنمایی شدند و شروع به محاسبهٔ حجم جسمهایی کردند که کم و بیش پیچیده بود. در همین دوره، وسیله‌های کمکی برای ساده‌تر کردن محاسبه (چه محاسبهٔ مربوط به آنچه در اختیار داشتند و چه برای محاسبه‌های بازرگانی و داد و ستد) اختراع شد. گرچه این اختراعها، در دید ما بسیار ساده‌اند، گرچه دانش بشری در این دوره، خیلی ابتدایی است ؛ ولی همین گامهای نخستین بود که پایه‌های پیشرفت فرهنگ انسانی را ریخت. اگر انسان امروز، توانایی و دانش بی‌اندازه‌ای دارد، تنها به این دلیل است که نسلهای متوالی، با تکیه به تجربه‌ها و کشفهای نسلهای پیشین، توانستند سطح دانش خود را روزبه‌روز بالاتر ببرند.

روشن است برای دانش ریاضیات در این دورهٔ کهن، بیش از همه یادداشتها و صورت حسابهای مربوط به زندگی اقتصادی آن زمان، اهمیت دارد.

دورهٔ دوم، همان‌طور که گفتیم، دورهٔ ریاضیات مقدماتی نامیده می‌شود. آنچه امروز به‌طور عمده در دبیرستان یاد می‌گیریم، در این دوره شکل گرفته است. ولی آنچه به‌طور اساسی، این دوره را از گذشته جدا می‌کند، این است که مفهومهای ریاضی، به صورتی علمی درآمدند ؛ بویژه، سده‌های ششم یا پنجم پیش از میلاد را می‌توان آغاز شکل گرفتن ریاضیات، به عنوان دانشی که موضوع ویژهٔ خود و روش بررسی خاص خود را دارد، به‌شمار آورد. ریاضیات از مجموعهٔ پراکندهٔ «نسخه‌هایی» که برای زندگی روزمره قابل استفاده بود، به یک دستگاه معرفت علمی تبدیل شد. در این دوره، هندسه، پایهٔ نظریهٔ عددها، جبر، مثلثات روی صفحه و کره به نظم درآمد. ریاضیات، به کندی و بسختی خود را از قید تجربه آزاد کرد و درستی نتیجه‌گیریها را، نه در مشاهده و آزمایش روی نمونه‌های خاص، بلکه از راه استدلال منطقی و برای همهٔ حالتهای ممکن، به‌دست می‌آورد.

پایان دورهٔ دوم را باید آغاز سدهٔ هفدهم میلادی دانست ؛ زمانی به دلیل نیاز به مطالعهٔ حرکت و تغییر از دیدگاه ریاضیات، اندیشه‌ها و مفهومهای تازه‌ای در ریاضیات پدید آمد. بی‌تردید بررسی مفهومهای تازه، به مسأله‌هایی نزدیک بود که در برابر جامعهٔ بشری قرار داشت. اگر به یادآوریم که این دوره، زمان کشفهای بزرگ جغرافیایی و پیشرفت بی‌اندازهٔ دریانوردی و توجه بیش از اندازه به آگاهیهای اخترشناسی است، اگر به یاد آوریم که همین دوره،

زمان رشد تند تولید کارگاهی و پیشرفت رشتهٔ توپخانه است، آن‌وقت بسادگی قانع می‌شویم، همهٔ مسأله‌هایی که به این مناسبتها طرح می‌شد، نمی‌توانست براساس جبر و هندسهٔ مقدماتی حل شود ؛ به اندیشه‌ها و مفهومهای تازه‌ای نیاز بود که در واقع هم به‌وجود آمدند. این اندیشه‌ها در نقطه‌های مختلفی از سرزمین اروپا و بویژه در کشورهایی که صنعت و بازرگانی رونق بیشتری داشت، پیدا شد، و به این ترتیب شرطهای لازم، برای آغاز دورهٔ سوّم پیشرفت فراهم شد.

دورهٔ ریاضیات با کمیتهای متغیر، به این ترتیب، مشخص می‌شود که ریاضیات به بررسی جریانها می‌پردازد. در نظر اوّل، ریاضیات این دوره، به پژوهش و بررسی کمیّتهای متغیر یک تابع مربوط می‌شود. اندیشهٔ محورهای مختصات به‌طور اساسی، به‌گونه‌ای به‌روش هندسی تبدیل شد که به صورت رابطه‌های تابعی نشان داده می‌شود. به شاخه‌هایی که پیش از آن در ریاضیات وجود داشت، هندسهٔ تحلیلی و آنالیز ریاضی هم اضافه شد. آموزش تابع، و به حساب آخر، بررسی کمیتهای متغیر، در سرفصل ریاضیات قرار گرفت. بررسی شکلهای فضایی هم، به یاری آنالیز ریاضی آغاز شد. ولی در هر حال، ریاضیات از مرزهای فضای واقعی سه‌بعدی خارج نشد. همچنین قانونهای کمیّتی، تنها به وسیلهٔ کمیّتهایی بیان می‌شد که مقدارهای عددی را می‌پذیرفتند. چه مقدارهای متغیرها و چه مقدارهای تابعها، تنها می‌توانستند مقدارهای عددی را بپذیرند.

روشن است که دورهٔ سوّم، نه تنها برای خود ریاضیات، مرحلهٔ تکاملی بزرگی بود ؛ بلکه برای تعبیر ریاضی پدیده‌های طبیعت و هم برای پیشرفت صنعت، بارور و سازنده بود.

با تکیه برپیشرفت آنالیز ریاضی، توانستند قانونهای اساسی فیزیک را به صورت ریاضی بیان کنند ؛ از راه محاسبه، به کشفهای تازه‌ای دربارهٔ پدیده‌های فیزیکی دست یافتند که تا آن زمان، از راه تجربه و آزمایش مشاهده نشده بود. به عنوان یکی از نمونه‌های درخشان توانایی آنالیز ریاضی و شناخت پدیده‌های طبیعی، کشف سیارهٔ جدید دستگاه خورشیدی است که تقریباً در یک زمان، به‌وسیلهٔ دو اخترشناس، «آدامس» و «لوِریه» انجام شد. بعدها در سال ۱۹۳۰ میلادی، از همین راه «پلوتن» سیارهٔ نهم دستگاه خورشیدی هم کشف شد که مدار آن، خیلی پیشتر، در سال ۱۸۱۵ به‌وسیلهٔ «ب. لوول» اخترشناس امریکایی محاسبه شده بود.

ولی سدهٔ نوزدهم، تنها سدهٔ پیشرفت کمیّتی ریاضیات نبود، تنها امکانهای تازهٔ بررسی پدیده‌های طبیعت را از دیدگاه ریاضیات همراه نداشت ؛ بلکه به دلیل تأثیر جدّی و متقابل دانشهای تجربی و ریاضیات در یکدیگر، منجر به تغییر کیفی خود ریاضیات شد. به مناسبت این تغییرها، ریاضیات در نیمهٔ دوم سدهٔ گذشته، چهرهٔ خود را چنان به‌طور اساسی و جدّی تغییر داد که دیگر به آستانهٔ مرحلهٔ تازهٔ خود، مرحلهٔ چهارم تکامل ریاضیات، رسید.

چه خطهایی، این مرحلهٔ چهارم را از سه مرحلهٔ پیشین جدا می‌کند؟ پیش از هر چیز، موضوع ریاضیات، بی‌اندازه گسترش یافته است. ریاضیات، بجز کمیّتهای عددی، از کمیتهای دیگری هم، مثل بردارها، تانسورها و سینورها استفاده می‌کند. همراه با فضای سه بعدی اقلیدسی، به بررسی چنان فضاها و موضوعهای هندسی می‌پردازد که بکلی طبیعت دیگری دارند. درستی منطقی هندسه‌های نااقلیدسی، مثل هندسهٔ اقلیدسی تأیید شده است. فضاهای چند بعدی و سپس فضای nبعدی بررسی می‌شود. این موضوعهای تازه را، تا اندازهٔ زیادی، فیزیک در برابر ریاضیات گذاشته است. مضمون جبر به طور اساسی تغییر کرده است. جبر، از دانشی که به روشهای حلّ معادله‌های جبری می‌پرداخت، به دانشی تبدیل شده است که دستگاههایی از چیزهای با طبیعتهای مختلف را مطالعه می‌کند و عملهایی را دربارهٔ این چیزها انجام می‌دهد که، از نظر ویژگی، بی‌شباهت به عملهای جمع و ضرب نیست.

تمامی شیوهٔ اندیشهٔ ریاضی دگرگون شده است و ریاضیدانان، باز هم تلاش می‌کنند دایرهٔ این مفهومها را (مفهومهایی را که در حوزهٔ عمل ریاضیات قرار دارند) گسترش دهند. اگر در گذشته، صدها سال وقت لازم بود تا عددهای منفی یا مختلط پذیرفته شوند، امروزه به هر اندازه که لازم باشد، دستگاههای جبری با کیفیتهای گوناگون ساخته می‌شود. در نمونهٔ هندسه لباچوسکی، امکان پدید آوردن نظریه‌های ریاضی تازه‌ای، با روشهای انتزاعی، مطرح است. با همهٔ اینها، روشن شده است که نظریه‌های ریاضی، که به این ترتیب شکل می‌گیرند، می‌توانند برای تجزیه و تحلیل پدیده‌ها و

روندهای موجود در طبیعت، به کار روند. به همان اندازه که ریاضیات به سمت انتزاع می‌رود، به همان اندازه که به ظاهر از مشاهدهٔ مستقیم پدیده‌های طبیعت دور می‌شود، به همان اندازه هم نیرومندتر می‌شود و امکان بیشتری برای بررسی مجموعه‌ای از ویژگیهای طبیعت پیدا می‌کند.

به این ترتیب، در همان حال که مضمون ریاضیات گسترش یافته و در جهت مفهومهای تازه‌ای پیش‌رفته است، به صورت شگفتی‌آوری ژرفتر شده و بستگی همه جانبه و بی‌نظیری با دانشهای تجربی و حالتهای کاربردی پیدا کرده است. برای نمونه، می‌توان از خودکار کردن ادارهٔ سازمانهای تولیدی نام برد که با استفادهٔ گسترده از رایانه‌ها (که بر پایهٔ توضیح ریاضی و منطقی مسیر صنعت ساخته شده‌اند) پیشرفت بی‌اندازه‌ای کرده است.

اکنون که با دیدی کلی و کوتاه، تاریخ ریاضیات را بررسی کردیم، می‌توانیم متوجه شویم که بین پیشرفت ریاضیات و دگرگونیهای اقتصادی و اجتماعی، بستگی مستقیمی وجود ندارد. در جریان صدها سال، شکل تازهٔ نظام اجتماعی، از پیشرفت دانش جلو گرفت و آن را به عقب برد. کافی است بحران اندیشهٔ علمی را در طول سالهای سده‌های میانه به یاد آوریم. موفقیّتهای دانش یونانی، بکلی فراموش شد. پس از پیشرفت استثنایی ریاضیات در یونان باستان، سده‌هایی بر جهان گذشت که در اروپا بسختی می‌شد کسی را یافت که از عهدهٔ انجام چهار عمل اصلی حساب برآید.

ولی تأثیر تکامل جامعه و تغییر رابطهٔ تولیدی را بر پیشرفت دانشها، نمی‌توان این‌گونه ساده، شبیه آنچه دربارهٔ توقف پیشرفت دانشها و به وجود آمدن کیفیت تازه‌ای در معرفت بشری، در نظر گرفت. ریاضیات، همراه با طبقه‌های اجتماعی از میان نمی‌رود و با نابودی یک نظام اجتماعی و به قدرت رسیدن نظامی دیگر، نابود نمی‌شود یا تغییر ماهیت نمی‌دهد. قانونهای حساب توانسته است به همهٔ شکلهای مختلف اجتماعی و به همهٔ طبقه‌ها خدمت کند... مسأله را باید به صورت دیگری دید. هر شکل تازهٔ نظام اجتماعی با آرزوهای جدید علمی و با دیدگاه‌های جدیدی نسبت به زندگی اجتماعی و هدف آن، همراه است. به این دلیل، برخورد نسبت به دانشها و تصور دربارهٔ آن تغییر می‌کند، سمت تازه‌ای برای بررسیهای علمی پیدا می‌شود و در برابر قانونهای علمی، مسأله‌های تازه‌ای قرار می‌دهد.

لازم است دوباره نحوهٔ تقسیم تاریخ ریاضیات را به دوره‌های مختلف یادآوری کنیم. در واقع، بررسیهای مربوط به ریاضیات مقدماتی، بعدها و در گرماگرم دورهٔ سوّم هم ادامه داشت. این بررسیها، امروز هم کنار گذاشته نشده است و بی‌تردید در آینده ادامه می‌یابد. از سوی دیگر در کارهای ارشمیدس (سدهٔ سوّم پیش از میلاد) نمونهٔ کامل آغاز محاسبهٔ انتگرالی دیده می‌شود. ولی این مطلب به آن معنا نیست که، آغاز دورهٔ سوّم را، از زمان ارشمیدس بدانیم؛ زیرا ریاضیات یونانی در مجموع خود، خیلی دور از آنالیز ریاضی بود و بویژه شرایط مادی تکامل جامعه، نمی‌توانست مسأله‌هایی را مطرح کند که به آنالیز ریاضی مربوط شوند. تقسیم تاریخ ریاضیات به دوره‌های مختلف، تصوری کلی دربارهٔ قانونهای اصلی تکامل ریاضیات و رهنمونهای کلی مفهومهای آن در دوره‌های مختلف می‌دهد. این تقسیم‌بندی، وسیله‌ای است برای درک خطهای کلی پیشرفت ریاضیات از یک پله به پلهٔ بعدی و این که، هر کدام از این پله‌ها، بر پلهٔ پیش از خود تکیه دارد و در ضمن، شرایط لازم را برای شکل گرفتن پلهٔ بعدی فراهم می‌کند. کشفهای جداگانهٔ دانشمندان که موجب پیشرفت دانش می‌شود، می‌تواند گواهی بر این مطلب باشد.

لایب‌نیتس هم، دربارهٔ اهمیت بررسی تاریخ دانش برای «هنر کشف کردن» اشاره‌هایی دارد. در یکی از نوشته‌های او که پس از مرگش چاپ شد، آمده است:

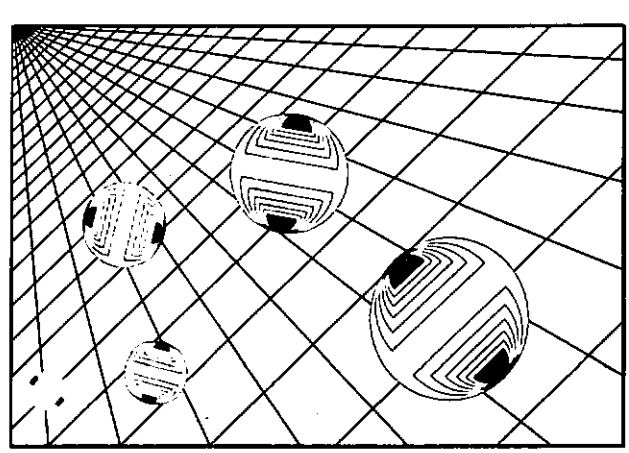
«این مطلب، بسیار جالب است که بتوانیم سرچشمهٔ کشفهای مهم را پیدا کنیم؛ بویژه کشفهایی که با نیروی اندیشه، و نه به‌صورت تصادفی انجام گرفته است. تاریخ نه تنها از این جهت جالب است که پاداش هر کسی را درخور خودش می‌دهد و دیگران را برمی‌انگیزد که به این جمع بپیوندند؛ بلکه بیش از همه، از این جهت مهم است که آشنایی با نمونه‌های اساسی در تکامل هنر کشف کردن، نقشی جدّی برای دانش دارد.»

به این اعتقاد لایب‌نیتس، بویژه در زمان ما، باید تکیه کرد؛ زیرا اکنون از همهٔ افراد جامعه، توقع می‌رود که ویژگی و توانایی «هنر کشف کردن» را داشته باشند.

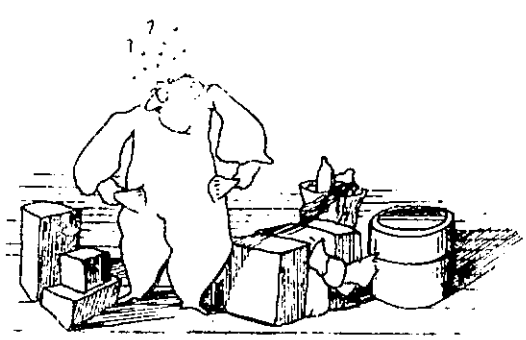
در پایان، یادآور می‌شوم، مدتهاست که تاریخ ریاضیات، اهمیت و موجودیت خود را به کرسی نشانده است. نخستین تاریخ هندسه، در سدهٔ چهارم پیش از میلاد، به‌وسیلهٔ اُدموس رودسی، شاگرد ارسطو نوشته شد. لایب‌نیتس رساله‌ای دربارهٔ محاسبهٔ دیفرانسیلی نوشت. در میانهٔ سدهٔ هجدهم (در سال ۱۷۵۸ میلادی) مونتوکلا، تاریخ ریاضیات را در دو جلد تنظیم کرد. پس از این زمان، تاریخ ریاضیات، به عنوان موضوعی که علاقه‌مندی بسیاری را به خود جلب کرده بود، درآمد؛ بویژه هر دانشمندی دربارهٔ کارهای خودش، به‌طور منظم به بررسیهای تاریخی توجه کرده است؛ زیرا احساس می‌کرد که باید مقام اندیشه‌ها و نوآوریهای خود را در بین آگاهیهایی که از پیش روی هم جمع شده بود، پیدا کند. تا اندازهٔ زیادی، معلمان هم به سوی تاریخ ریاضیات کشش پیدا کردند؛ زیرا از این راه، نه تنها می‌توانستند مجموعهٔ گرانبهایی از آگاهیها را در اختیار دانش‌آموزان قرار دهند؛ بلکه در ضمن، به این وسیله می‌شد برای تنظیم بحثهایی که در نوآوریهای آینده و پیشرفت فرهنگ انسانی اثر کرده است، راهی جست و جو کنند.

پاورقی

۱. دیدگاه نویسندهٔ مقاله را دربارهٔ نحوهٔ تکامل ریاضیات، بدون هیچ تغییری آورده‌ایم؛ ولی این دیدگاه با همهٔ سودمندیهایی که دارد، نمی‌تواند حق همهٔ ملتها را در ساختمان ریاضیات امروزی ادا کند. در بخش دوم کتاب، که بعد از مقاله‌های استادان تاریخ ریاضیات می‌آوریم، با گستردگی بیشتری در این‌باره صحبت خواهیم کرد.



تفریح اندیشه ۱



مهرداد تمام پول خود را در پنج مغازه‌ای که از آنها خرید کرده بود خرج کرد. او در هر مغازه پنج ریال بیشتر از نصف مبلغی را که به هنگام ورود به آن مغازه داشت، خرج کرده است.

مهرداد قبل از خرید چقدر پول داشته است؟

● از کتاب تفریح اندیشه با بازیهای عددی ترجمه سیمین‌دخت ترکپور

جواب در صفحهٔ ۸۸