دنبالهٔ مقالهٔ دربارهٔ تاریخ ریاضیات

پس از این مقدمه‌ها، می‌خواهم به جنبه‌هایی توجه کنم که اهمیت تاریخ ریاضیات از دیدگاه دانش امروز روشن شود. در ضمن، ادّعا نمی‌کنم، توانسته‌ام بهترین جنبه‌ها و نمونه‌ها را انتخاب کنم.

روشن است که دانش زمان ما بی‌اندازه گسترش یافته است. در وضع کنونی، نه‌تنها یک نفر این توانایی را ندارد که به همهٔ جنبه‌های مختلف و ممکن ولو یک رشته از دانش بپردازد؛ بلکه از دنبال کردن همهٔ پژوهشها در زمینهٔ کار خود هم، ناتوان است. آن‌گونه که کسانی مثل لئوناردوداوینچی، لئونارد اولر و لومونوسوف، بر دانش زمان خود مسلط بودند، برای زمان ما بکلی ناممکن است. کافی است بگوییم، هر سال بیش از ۴۰۰۰۰ مقاله دربارهٔ شیمی، بیش از ۳۰۰۰۰ مقاله دربارهٔ فیزیک و نزدیک به ۱۰۰۰۰ مقاله دربارهٔ ریاضیات در سراسر جهان منتشر می‌شود [به یاد داشته باشیم، این آمار مربوط به سال ۱۹۶۳ که گنه‌دنکو این مقاله را نوشته است، می‌شود]؛ تازه آنچه از موضوعهای علمی باید دنبال شود، به این‌جا ختم نمی‌شود؛ زیرا فیزیک و شیمی، از بسیاری جهتها به صنعت و ریاضیات مربوطند و ریاضیات هم به صنعت، فیزیک، شیمی، زیست‌شناسی و دیگر دانشها مربوط می‌شود. جامعهٔ بشری راه بیرون رفتن از این وضع را در این دیده است که دانشمندان به شاخه‌های تخصصی (و تا اندازه‌ای محدود) از دانش بپردازند. وجود ویژه‌کاری برای دانشمندان و پژوهشگران، اثر فوق‌العاده‌ای داشته است و یکی از دلیلهای غیرمستقیم تکامل برق‌آسا و توفانی دانش در ۱۰۰-۱۵۰ سال اخیر بوده است. بی‌تردید، بدون این محدودیت متخصص، نمی‌توان سرعت تکامل دانش را در زمان ما حفظ کرد. ولی این متخصص، در عین حال، یک خطر جدّی را در خود پنهان دارد. امکان بررسی علمی دربارهٔ همهٔ دانشها، به‌عنوان یک مجموعهٔ واحد، از بین می‌رود، دید دقیق علمی نقصان می‌پذیرد و بستگیهایی که بین قانونهای دانشهای گوناگون وجود دارد، در پردهٔ ابهام می‌ماند. تاریخ دانش، تا حدّ زیادی می‌تواند و باید این محدودیت را از بین ببرد و از ناهمواری تکامل دانشها، جلوگیری کند.

بی‌فایده نیست، مفهوم تاریخ ریاضیات را، از جهت دیگری هم روشن کنیم. تاریخ دانش، بویژه می‌تواند، درک محدود و کوته‌نظرانهٔ نسبت به ریاضیات را از بین ببرد. ریاضیدان نباید ریاضیات را تنها به‌عنوان مجموعهٔ ساده‌ای از قضیه‌ها و تعریفهای جداگانه، بلکه باید به‌صورت دستگاه به هم پیوسته‌ای از معرفت علمی ببیند. توجه به این امر، برای آینده دانش، مهم است که

سال ۲۰۰۰، سال جهانی ریاض

از تاریخ بیاموزیم (۲)

● پرویز شهریاری

مفهومهای ریاضی از کجا گرفته شده است، چه کمکی می‌تواند به دانشهای دیگر بکند، توانایی ریاضیات در چیست، به چه مناسبت دانشی که با فیزیک، شیمی، زیست‌شناسی، اقتصاد و صنعت بستگی مستقیم ندارد، می‌تواند بخوبی و به اندازهٔ کافی آنها را تشریح کند و حرکت تکاملی این پدیده‌ها را در جریان زمان، به‌طور قانع‌کننده و از قبل پیش‌بینی کند؟ شک نیست که طرح این مسأله‌ها در زمان ما، اهمیت فلسفی بی‌اندازه‌ای دارد.

اگر به دنیای ماشینی معاصر نظری بیندازیم، متوجه می‌شویم یک محصول تازه هم وجود ندارد که بتواند بدون محاسبه‌های مقدماتی در تولید وارد شود. می‌دانیم نظریهٔ ریاضی پرواز که در اثر تلاشهای بسیاری از دانشمندان و پیش از همه، ژوکوسکی پدید آمد، تا چه اندازه در تکامل هواپیما تأثیر داشت. پرتاب ماهواره‌ها، نتیجهٔ کوشش دانشمندان زیادی بود، ولی بدون محاسبه‌هایی که بر مبنای ریاضیات امروزی قرار دارد، تصور انجام آن هم، ناممکن بود. سرانجام، از خود کار کردن تولید یاد می‌کنیم که در زمان ما، به‌صورت رشته‌ای از صنعت درآمده است. برای این‌که به‌عنوان نمونه، صنعت تصفیه و پالایش نفت خودکار شود، باید قبل از همه، جریان کاتالیز کردن و آلکیلی کردن را به زبان ریاضی درآورد. اکنون دیگر ریاضیات، نه تنها به‌عنوان وسیلهٔ لازم برای پژوهش، بلکه در ضمن به‌عنوان عامل اساسی پیشرفت کارهای عملی شناخته شده است، و حالا می‌توان دوباره پرسید: چه نیرویی در ریاضیات است که آن را برای روشن کردن روندها و پدیده‌های طبیعت و سیر صنعت توانا می‌سازد؟

به این پرسش، پاسخهای زیادی داده شده است؛ ولی بیشتر آنها قانع‌کننده نیست. برای مثال، به دو نمونه از این‌گونه پاسخها اشاره می‌کنیم.

در یکی از مقاله‌های گروه ریاضیدانان فرانسوی، که بخشی از کارهای خود را به‌نام مستعار «نیکل بورباکی» منتشر می‌کنند، این‌طور داوری شده است: «...روشن نشده است و شاید هرگز روشن نشود و همچون معمّایی حل نشدنی باقی بماند که چرا از نتیجه‌گیریهای ریاضیات می‌توان در عمل استفاده کرد؟»

ریاضیدان مشهور دیگر فرانسوی «پی‌یر بوترو»، کاربُردی بودن ریاضیات را، تنها یک تصادف می‌داند. به‌نظر او «...اگر ریاضیات به تقریب در همهٔ حالتها، با تجربه و آزمایش سازگار است، مربوط به ویژگیهای درونی ریاضیات نیست؛ بلکه تنها ناشی از اوضاع و احوال بیرونی آن است. معلوم است که دانش ساده‌ای مثل ریاضیات، می‌تواند نمودهای طبیعی را تفسیر کند و این تصادف خوبی است که تضادّ و تعارض را پدید نمی‌آورد».

خود این نتیجه‌گیری، که امکان کاربرد ریاضیات در عمل تصادفی است، نمی‌تواند تصادفی باشد. این طرز تفکر، نتیجهٔ منطقیِ استنباط متداولی است که دربارهٔ پدید آمدن مفهومهای ریاضی و دربارهٔ تکامل قانونها و اصلهای آن وجود دارد. بنابراین استنباط، مفهومهای ریاضی به‌وسیلهٔ عقل انسانی و به‌طور آزاد و در ذهن پدید آمده‌اند، یا بهتر است بگوییم، آفریده شده‌اند؛ از این مفهومها و ویژگیهای آنها، مفهومهای تازهٔ ریاضی طرح می‌شود و دانشمندان، بدون این‌که تحت تأثیر عامل یا عاملهای بیرونی باشند، با ارادهٔ آزاد خود، آنها را شرح می‌دهند.

تاریخ ریاضیات می‌تواند این نظریه‌های نادرست را درهم بشکند. تاریخ ریاضیات نشان می‌دهد که مفهومهای ریاضی در چه دورهٔ طولانی و پرنشیب و فرازی شکل گرفته است و چگونه نتیجه‌گیریهای مبهم و وابسته، تحت تأثیر نیازهای زندگی و عمل، در آغاز به مفهومهای محدود ناقص و سپس، به‌دلیل نیازهای پیچیدهٔ فعالیتهای تولیدی، جنگ و دانش و هنر، تکامل بعدی خود را به‌دست آورده است. این‌گونه سیر مفهومهای ریاضی، در زمان ما هم قطع نشده است و تحت تأثیر نیازهای جامعه، در همهٔ جنبه‌های آن، ادامه دارد. بنابراین، به این نتیجه می‌رسیم که تاریخ ریاضیات می‌تواند به قوام گرفتن نظریهٔ درست فلسفی دربارهٔ ریاضیات، به روشن شدن بستگی آن با مسأله‌های مربوط به پدیده‌های طبیعی و به موقعیت آن در مجموعهٔ دانش بشری، به‌طور جدّی یاری کند.

در این‌جا می‌خواهم از نمونه‌هایی یاد کنم که چگونه در طول زمان، اندیشهٔ آدمی پخته می‌شود و سپس به‌صورت راهنمایی در ریاضیات درمی‌آید. امروز کشف اندیشهٔ مربوط به دستگاه مختصات را از آنِ رنه‌دکارت، ریاضیدان و فیلسوف فرانسوی می‌دانند. این ادّعا در همهٔ کتابهای مربوط به هندسهٔ تحلیلی تکرار شده است. دربارهٔ اهمیت این مفهوم هم، برای آنالیز ریاضی، نظریهٔ تابعها، مکانیک و همهٔ دانشهای تجربی و صنعت، هیچ تردیدی نیست.

اگر تاریخ دانش را بدرستی بررسی کنیم، متوجه می‌شویم اندیشهٔ دستگاه مختصاتی، تاریخی بمراتب غنی‌تر از این دارد و باید آن را در طول سده‌ها و در ژرفای تاریخ جست‌وجو کرد. می‌دانیم نقاشان دورهٔ رنسانس، به‌صورتی گسترده از شبکه‌های مستطیلی برای شبیه‌سازی استفاده می‌کردند. از این گذشته، در سدهٔ دوم پیش از میلاد هم، در نوشته‌های خود برای تعیین مکان جغرافیایی، از طول و عرض استفاده می‌کرد. آیا لازم است گفته شود که به‌کار بردن طول و عرض، چیزی جز استفاده از دستگاه مختصات در روی سطح زمین نیست. به این ترتیب، نزدیک به دو هزار سال پیش از دکارت، نه‌تنها دستگاه مختصات داده شده بود؛ بلکه از آن در جغرافیا و اخترشناسی هم استفاده می‌کردند. از این گذشته، به‌نظر می‌رسد استادکاران معمار مصری، هنرمندان گمنام دوران سلطنت میانه، خیلی پیش از بطلمیوس، از اندیشهٔ مختصات قائم استفاده می‌کرده‌اند. در یکی از مقبره‌های قدیمی مصر، محلی باقی مانده است که کارهای مربوط به دیوارهای آن ناتمام است. روی دیوارها، دستگاه محورهای عمود بر هم دیده می‌شود که صفحهٔ دیوار را به مربعهایی تقسیم می‌کند. همچنین شکلی وجود دارد که به‌وسیلهٔ شبکهٔ مختصات، به بخشهایی تقسیم شده است. استادکار، برای این‌که شکل را روی دیوار رسم کند، با استفاده از اندیشهٔ دستگاه مختصات قائم، نقطه‌های آن را در شبکه نشانه گذاشته است. همین نمونه نشان می‌دهد که آگاهی از تاریخ دانش، می‌تواند به بشر یاری رساند تا نیروی خود را صرف کشفِ آنچه بارها کشف شده است، نکند.

درسال ۱۹۵۱، به مناسبت صد و پنجاهمین سال تولد ریاضیدان مشهور، م. اوستروگرادسکی، سندهای شخصی او را بررسی کردند. بین انبوه نوشته‌ها، دو تکّه کاغذ پیدا شد که به خط خود اوستروگرادسکی بود. بررسی دقیق نوشته‌ها نشان داد که اوستروگرادسکی چند روز پیش از مرگ خود، توانسته بود دو آلگوریتم بسیار جالب برای شناخت عددهای گنگ کشف کند. در آنها از رشته‌های خاصی استفاده شده بود که بسرعت همگرا (متقارب) می‌شدند. نظریهٔ کلی این آلگوریتمها در این یادداشتها نیامده بود؛ در آنها، اصل اندیشه و روش استفاده از آن برای محاسبهٔ لگاریتم عدد ۱۷ طرح‌ریزی شده بود. ا. یا. رمز، در یکی از مقاله‌های خود، که به بررسی آلگوریتمهای اوستروگرادسکی اختصاص داشت، روشن کرد که آلگوریتمهای اوستروگرادسکی،

از برخی جهتها، از نظر سرعت همگرایی، بر آلگوریتمهای دیگر و از جمله اَلگوریتم کسرهای مسلسل، برتری دارد.

بی‌تردید، بررسی دقیق دانش گذشته، می‌تواند باز هم موجب کشف اندیشه‌هایی بشود که بر همعصران ما پوشیده است. به‌دلیل پیشرفت تند فنّ محاسبهٔ تازه، دوباره بحث آنالیز ترکیبی که در سدهٔ هجدهم روی آن خیلی کار شده است، اهمیت زیادی پیدا کرده است. به‌نظر می‌رسد که به این مناسبت، لازم است نظری به این جنبه از پژوهشهای ریاضی بیندازیم و دوباره به بررسی نتیجه‌گیریهای آن دوره در این‌باره، بپردازیم. باید اطمینان داشت که بررسی میراث علمی دانشمندان گذشته، از نظر موضوعهایی که برای دانش امروز جالب است، می‌تواند منجر به کشفهای مهمی شود.

اکنون که برخی از ملاحظه‌های مربوط به اهمیت تاریخ ریاضیات را، از دید ریاضیات امروزی از نظر درک موضوعهای کلی و راه تکامل آن با دید فلسفی، بیان کردم، می‌خواهم به برخی نکته‌های مربوط به آموزش بپردازم.

معلم باید بداند که با چه تلاشهایی مفهومهای ریاضی به‌وجود آمده است. چگونه در مرحله‌های نخستین، نمایشهای مادی و ملموس لازم بود و چگونه استدلال منطقی و بی‌نقص انتزاعی، راه خود را باز کرد و به‌صورت عادت درآمد. تاریخ ریاضیات می‌تواند دشواریهایی را که جامعهٔ انسانی ضمن تکامل خود، به آنها برخورد کرده است، تا اندازهٔ زیادی روشن کند. تاریخ ریاضیات وسیلهٔ نیرومندی در دست معلم است که به یاری آن می‌تواند ریاضیات دبیرستانی را به درسی جالب و دوست‌داشتنی تبدیل کند؛ به‌نحوی که دیگر، دانش‌آموزان به درسهای ریاضی، نه به‌عنوان کاری سنگین، بلکه به‌عنوان موضوعی دلنشین و زیبا نگاه کنند، که در ضمن می‌تواند در برخورد با دشواریهای زندگی، یار و مددکار آنان باشد.

بی‌تردید، باید تاریخ ریاضیات، موجب تغییر جدّی در مضمون ریاضیات دبیرستانی و هم در تنظیم برنامهٔ آن بشود. دورهٔ ریاضیات باید خود را با نیازهای زندگی امروزی سازگار کند؛ نه این‌که به اندیشه‌هایی بچسبد که برای پایان سدهٔ هجدهم یا میانه‌های سدهٔ نوزدهم سودمند بوده است. گاه وقت و نیروی زیادی در این راه به هدر می‌رود که روشهای مصنوعی حلّ گروهی از مسأله‌های خاص را بیاموزند؛ به این انگیزه که تصور دانش‌آموز گسترش یابد یا ویژگیهای روانی و ذهنی او پرورش داده شود. درواقع، همهٔ اینها به این دلیل است که اسیر سنّتهای گذشته هستیم. به یاد بیاورید در سالهای نخست آموزش چه‌وقت زیادی برای حلّ مسأله‌های مختلف و انتزاعی حساب و گروه‌بندی آنها صرف می‌شود. پسران و دختران ده، یازده ساله باید راه‌حلّ نمونه‌های پیچیده و مصنوعی مسأله‌ها را به‌خاطر بسپارند؛ تنها به این دلیل که نباید از مقدمه‌های سادهٔ جبر استفاده کنند. و بعد، وقتی پس از یکی، دو سال، دانش‌آموز با جبر آشنا می‌شود و می‌بیند که می‌توان همین مسأله‌ها را بسادگی و بدون دشواریهای معمّایی حل کرد، به‌طور طبیعی این پرسش برایش مطرح می‌شود که: به چه مناسبت در سالهای پیش، این همه عذاب می‌کشیدیم؟ چرا زودتر ما را با روش حلّ معادلهٔ یک‌مجهولی درجهٔ اوّل آشنا نکردند؟ در آن صورت، چه‌قدر آموزش ریاضیات برای ما جالبتر و ساده‌تر می‌شد! موقعیتی بکلی بی‌معنا و غیرعادی است که آن را می‌توان تنها به این نمونه مقایسه کرد.

در یک مزرعه، تراکتورهای عالی و جدید موجود است. سوخت به اندازهٔ کافی ذخیره شده است. کسانی هم که بتوانند از این تراکتورها استفاده کنند، وجود دارد. ولی شورای مزرعه، شخم زدن با تراکتور را مجاز نمی‌داند؛ زیرا دهقانان باید پیش از کار با امکانهای تازه، با شیوهٔ کار انسانهای نخستین آشنا شوند و مدتها با روش آنها زمین را شخم کنند. زمانی بود که زمینها با گاوآهن هم شخم نمی‌شد و با کلنگ و بیل زمین را می‌کندند. پس اکنون هم اجازه بدهید دهقانان یکی، دو سالی از این وسیلهٔ آزمایش شدهٔ کهن استفاده کنند و تنها بعد از این دوره، به گاوآهن روی آورند. البته شما در کشتزارها به چنین دستورهایی برنمی‌خورید؛ ولی در میان مربّیان و برنامه‌نویسان، آدمهایی که این‌گونه دستورها را می‌دهند، فراوانند. اینها هنوز هم، برای آموزش ریاضی عقیده دارند باید اوّل و برای مدتی از کلنگ یا چوب نوک‌تیز استفاده کرد! مثل این است که در گذشته، هرگز تلاشی برای ساده‌تر کردن روش حلّ مسأله‌های قدیمی نشده است. تاریخ ریاضیات که دربارهٔ

گذشته صحبت می‌کند، می‌تواند الهام‌بخش اندیشه‌های تازه‌ای دربارهٔ آموزش بهتر و درست‌تر جوانان زمان ما باشد ؛ آموزشی که با نیازهای زمان ما و مجموعهٔ دانش و صنعت امروزی، بستگی نزدیک داشته باشد.

باید این نکته را به یاد داشت که تکامل دانش و پیشرفتهای صنعتی، همیشه با بهتر شدن آموزش بستگی داشته است. بسیاری از دانشمندان گذشته، دیدگاه‌های خود را دربارهٔ تنظیم سیر آموزش و ویژگیهای آن در مرحله‌های مختلف، برای ما باقی گذاشته‌اند. بویژه دیدگاه‌های م.و. اوستروگرادسکی، ریاضیدان و مربّی مشهور نیمهٔ نخست سدهٔ نوزدهم، اهمیت خاصی دارد. در این‌جا تکّه‌ای از رسالهٔ «اندیشه‌هایی دربارهٔ آموزش» را که اوستروگرادسکی به کمک آ.بلوم، مربّی فرانسوی درسال ۱۸۶۰، به زبان فرانسوی نشر داده است، می‌آوریم :

«برای آموزش جوانان، هنوز از همان روشهایی استفاده می‌شود که سقراط و افلاطون، حقیقتهای عالی اخلاقی را برای شیفتگان منطق و فلسفه، و برای علاقه‌مندان به سخنوری و علم کلام بیان می‌کردند.

چه کسی نمی‌داند که از پنجاه دانش‌آموز، دست‌کم چهل نفر برای همیشه، از بحثهای انتزاعی گریزان و از دنبال کردن آنها ناامید می‌شوند ؛ بحثهایی که بدون روشن کردن مفهوم واقعی آنها به یاری نمونه‌های مربوط به زندگی عملی، در همان آغاز کار تدریس، در برابر دانش‌آموزان گذاشته می‌شود.

معلمان رشته‌های علمی، پذیرفته‌اند که به‌طورکلی، تدریس به یاری میزها و صندلیها، خیلی بهتر و سریعتر از آموزش به یاری «اندیشیدن» و «تلاش ذهنی» به نتیجه می‌رسد. درواقع، در درسهای حساب، جبر و هندسه، هرگز سودمندی آنها برای زندگی گوشزد نمی‌شود، هرگز از تاریخ دانش سخنی به میان نمی‌آید، نظریه‌های علمی سنگین و تعریفهای خشک و نامفهوم، پشت سر هم تکرار و تدریس می‌شود ؛ ولی هیچ نتیجه‌ای جز این ندارد که دانش‌آموز را از دانش بیزار کند و تعداد علاقه‌مندان به دانش را روز به روز کمتر کند.

به‌نظر می‌رسد، هنوز هم کاهنان مصر قدیمند که دانش رازگونه و دست‌نیافتنی را در اختیار دارند...

باید ذهن و علاقهٔ دانش‌آموز را جلب کرد ؛ این یکی از اساسی‌ترین مسأله‌های آموزشی است. نمی‌گوییم که باید تسلیم ذوق دانش‌آموز شد ؛ بلکه می‌گوییم که باید شوق او را برانگیخت.»

یکی از راه‌های جدّی برای حلّ مسأله‌ای که اوستروگرادسکی طرح کرده، توجه به تاریخ دانش، گفت‌وگو دربارهٔ نمایندگان دانش و بستگی ریاضیات با عمل و زندگی است ؛ بستگی که در تمامی دوران موجودیت انسان، هرگز قطع نشده است.

ادامهٔ این مقاله در شمارهٔ بعد

به این دو عمل ریاضی توجه کنید که توجه به آنها خالی از تعجب نیست.

$$۲۷۲+۱۶=(۲+۷)\times۲\times۱۶$$

$$\sqrt{۳۲۴}=۳\times(۲+۴)$$