از تاریخ چه می‌آموزیم

© پرویز شهریاری

تاریخ چگونه به ما می‌آموزد؟

تاریخ به ما می‌آموزد... هیچ پژوهشگر علمی نمی‌تواند از «درس ریاضی» روگردان باشد. به یاری تاریخ است که می‌کوشیم قانونمندی‌های حاکم بر دانش، موقعیت کنونی، پیشرفت بعدی و گرایش‌های تکامل دانش را بیابیم.

در ریاضیات مجموعه‌ای از همزمانی‌ها دیده می‌شود که گواه قانونمندی‌های معینی از تاریخ تکامل ریاضیات است. **لباچوفسکی**، **بایای** و **گاوس** در یک زمان، بدون آگاهی از کارهای یکدیگر، هندسهٔ «هیپربولیک» را کشف کردند. مجادلهٔ هواداران **نیوتن** و **لایب‌نیتس** دربارهٔ پیشگامی هریک از آن‌ها در کشف «محاسبهٔ دیفرانسیلی»، مشهور است. همچنین می‌توان از همزمانی کارهای **فرما** و **دکارت** (در کشف هندسهٔ تحلیلی)، **بون تریاکین** و **کوراتوسکی** (در زمینهٔ بنیان‌گذاری و طرح‌ریزی گراف‌ها و بسیاری موردهای دیگر) نام برد.

پژوهشگران در یک زمان و مستقل از هم به یک کشف واحد می‌رسند. تعداد این همزمانی‌ها آن‌قدر زیاد است که به روشنی مسألهٔ «تصادف» را منتفی می‌کند. در این جا باید قانونی از تکامل ریاضیات نهفته باشد که به صورت «همزاد بودن» پیش آمدها ظاهر می‌شود.

این قانون تکامل به گونهٔ دیگری هم خود را نشان می‌دهد. گاه قانونی و یا رابطه‌ای در ریاضیات کشف می‌شود، اما مدت‌ها مورد استفاده پیدا نمی‌کند. بعد یک‌باره سر از خاک بیرون می‌آورد و وارد صحنهٔ عمل می‌شود. همه اطلاع دارند که **منخوس** و بعد **آپولونیوس** مقطع‌های مخروطی را کشف کردند و خواص و ویژگی‌های مخروطی را باز گفتند. ولی تا مدت‌ها (نزدیک به دو هزار سال)، کسی جز به ندرت سراغ این کتاب‌ها را نگرفت. این کتاب‌ها مدت دو هزار سال خاک قفسه‌ها را تحمل کردند تا زمان کپلر فرا رسید و معلوم شد سیاره‌ها روی مدار بیضی‌شکل حرکت می‌کنند. به‌جز آن **گالیله** ثابت کرد، سنگی که پرتاب می‌شود، روی سهمی حرکت می‌کند و این‌ها باعث شدند مقطع‌های

مخروطی بیاید و قانون‌های آن‌ها مورد بررسی قرار گیرد. یا وقتی که جرج بول قانون‌های منطق ریاضی را کشف کرد، فریادها برآمد که این، بازی با نمادهاست و دشمن هرگونه فکر و اندیشه است. ولی چیزی نگذشت که رایانه‌ها براساس منطق ریاضی طراحی شدند و این ناهمزمانی کشف و کاربرد دلیلی شد بر بحث کاربردی بودن ریاضیات و این که هرچه از ذهن بیرون آید، روزی به‌کار می‌رود.

در تاریخ، قانونمندی به عنوان ساز و کار تکامل و منطق درونی تاریخ که ماهیت دگرگونی‌ها را روشن می‌کند، شناخته می‌شود. در این‌جا کلی‌ترین قانونمندی‌ها و یا ساز و کارهای تکامل دانش ریاضی، در رابطه با پیشرفت روش تنظیم آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. روشن می‌کنیم، دو روش اساسی برای سازمان دادن و تنظیم دانش ریاضی وجود دارد.

طبیعت منطقی ساز و کارهای کلی تکامل دانش، ایجاب می‌کند که هیچ‌یک از این دو روش تنظیم، «جاودانی» نباشد، هریک از آن‌ها دچار تغییر شود و ضرورت جابه‌جایی آن‌ها را پیش آورد. ولی داوری انتزاعی دربارهٔ چنین ضرورتی، از نظر اصولی نادرست است. ضمن بررسی قانونمندی‌های تکامل دانش، نمی‌توان بخش‌های منطقی آن را جدا از تاریخ واقعی دانش در نظر گرفت. داوری نسبت به ساز و کارهای تکامل، بدون توجه به تاریخ ناممکن است.

دو روش سازمان دادن دانش ریاضی به عنوان قانونمندی تکامل ریاضیات

در تاریخ ریاضیات، برای «تمامیت» دانش ریاضی، دو گونهٔ اصلی برخورد وجود دارد و برای «یک کاسه کردن» موضوع‌های ریاضی که می‌توان آن‌ها را، «ریاضیات کاربردی» و «ریاضیات نظری» نامید، دو روش در نظر گرفته می‌شود. این‌ها، در اساس با دو شیوهٔ متفاوت، دانش ریاضی را سازمان می‌دهند و برخوردهای متفاوتی نسبت به درک ماهیت ریاضیات و سرنوشت آن دارند. از نظر تاریخی، این شیوه‌های برخورد، به‌تناوب و در دوره‌های گوناگون تکامل ریاضیات، جای هم را گرفته‌اند. هریک از این دوره‌ها با «زنجیره»هایی به ساختارهای ریاضی زمان و فعالیت‌های عملی بشر مربوط می‌شود؛ به این که چگونه می‌شود همهٔ جنبه‌های کاربردی دانش ریاضی را در یک دوره، تحلیل کرد!

فصل اول

ریاضیات کاربردی

تاریخ فعالیت‌های علمی و پدیده‌های گوناگون فرهنگ بر جهت‌گیری تکامل ریاضیات، یکی از موضوع‌های عمیق و اصلی در فلسفهٔ ریاضی است. دوره‌های کاملی از تاریخ را می‌توان دید که در آن‌ها، پیشرفت ریاضیات به شدت تحت‌تأثیر قانونمندی‌های نظری و درونی این دانش بوده است. همچنین دوره‌هایی از تاریخ ریاضیات را می‌توان جدا کرد که عمل و زندگی، انگیزهٔ نیرومندی برای سمت‌گیری ریاضیات و پیدایش و ساختارهای نظری تازه بوده است.

در این‌جا، روشی عملی پیش می‌آید که به یاری آن، همهٔ عنصرهای دانش ریاضی، به‌منظور برآورده شدن نیازهای عملی، به‌کار گرفته می‌شوند. ریاضیات در این میان، مسأله‌های عملی را در خود فرومی‌برد و آماده می‌شود تا در ساختارهای نظری خود، جنبه‌هایی از دنیای واقعی را، به‌عنوان تنها سرچشمهٔ شالوده‌های آن، منعکس کند. احساس «تأثیر غیرقابل درک ریاضیات در دانش‌های طبیعی» (ا. ویگنر) و گریز «معمایی» ساختارهای ریاضیات نظری به سمت کاربرد آن‌ها (نیکلا بورباکی) را، باید در ساز و کار تکامل ریاضیات کاربردی، همچون سمت‌دهندهٔ دانش ریاضی، به‌طور کلی جست‌وجو کرد.

ریاضیات کاربردی، به عنوان نخستین روش تاریخی، در سازمان دادن آگاهی‌های ریاضی

از این تصور بسیار سخن رفته است که ریاضیات، همچون دستگاهی از آگاهی‌ها، در یونان باستان پدید آمد. درحالی که پیش از آن، تنها عنصرهایی از دستگاه آینده و نطفه‌هایی از بحث و استدلال نظری وجود داشت. از جمله ک. ای. روزاوین در اثر خود به نام «دربارهٔ طبیعت دانش ریاضی»

می‌نویسد:

«در زمان‌های دور باستانی، مجموعه‌ای از آگاهی‌ها و نتیجه‌گیری‌های نخستین که به‌شمار، اندازه‌گیری سطح و حجم و غیره مربوط می‌شد، از راه تجربه پیدا شد. این آگاهی‌ها در آغاز به هم مربوط نبودند و به همین دلیل نمی‌شد نام «دانش» را بر آن‌ها گذاشت. به‌تدریج که این آگاهی‌ها از تصادفی بودن و از استثنا پاک می‌شدند، توانستند رابطهٔ بین خود را ظاهر سازند. برخی نتیجه‌ها که در آغاز از راه تجربه به‌دست آمده بودند، توانستند با استدلال منطقی از نتیجه‌گیری دیگری بیرون کشیده شوند.»

همان‌طور که دیده می‌شود ساختار نظری دانش ریاضی، به‌عنوان یکی از عامل‌های عبور ریاضیات به موقعیت علمی خود، در مقابل موقعیت غیرساختاری و «پیش علمی» قرار داده می‌شود. این عقیده کم و بیش عام شده است که در مصر باستان و میان دو رود، مصالح تجربی فراوانی روی هم جمع شده بودند. ولی تنها در یونان باستان بود که دانش ریاضی به‌عنوان دستگاهی مرتبط، موقعیت خود را به‌دست آورد. از جمله و. ن. **مولووشی** در رسالهٔ «مسأله‌های فلسفی ریاضیات» می‌نویسد:

ریاضیات، در آغاز پیدایش خود و در طول هزاران سال، دانشی سازمان‌یافته نبود و تنها از حقیقت‌های جداگانه‌ای تشکیل می‌شد که نتیجه‌ای از تجربه بودند. ریاضیات، به‌عنوان آگاهی‌هایی سازمان‌یافته و به‌عنوان یک دانش، به ظاهر در یونان باستان و در سده‌های چهارم و پنجم پیش از میلاد شکل گرفت.

درضمن، این امر هم بدیهی به حساب آمده است که تنها شیوهٔ تنظیم آگاهی‌های ریاضی و پیوند دادن مصالح گوناگون آن به یکدیگر، عبارت است از: روش نتیجه‌گیری منطقی برخی از حقیقت‌ها، از برخی دیگر. این‌گونه برخورد با دانش ریاضی را می‌توان، به عنوان عبور «از یک مجموعهٔ ناشی از تجربه، به دستگاه نظری» تعریف کرد. این تعریف، در ارزیابی ن. **بورباکی** هم، وجود دارد؛ ولی به صورت پنهانی. «... تمامی جبر بابلی را با شیوه‌های ظریف و سنجیدهٔ آن، نمی‌توان به‌عنوان مجموعهٔ ساده‌ای از مسأله‌ها که ضمن تجربه و کورمال‌کورمال می‌شده‌اند، در نظر گرفت». بورباکی جبر بابلی را که برای آن ارزش قائل است و آن را سازمان‌یافته و نظری می‌داند، در برابر مجموعه‌ای از مسأله‌های درهم‌جوش، جدا از هم و سازمان‌نیافته می‌گذارد. اگر در این‌جا، آگاهی‌های درهم‌جوشی که در اعماق تاریخ از راه تجربه به‌دست آمده‌اند، در مقابل دستگاهی قرار می‌گیرند که به عنوان دستگاه نظری پذیرفته شده است، به این دلیل است که درواقع حالت سومی وجود ندارد: به دنبال هر دوره‌ای که مجموعه‌ای از داده‌های تجربی رو هم جمع می‌شوند، دورهٔ به سازمان درآمدن و نظری شدن مصالح فرامی‌رسد.

با وجود این، دلیل‌های زیادی وجود دارند که ریاضیات پیش از یونان، شکلی سازمان‌یافته داشته، گرچه روش سازمان دادن آن، به کلی غیر از تنظیم نظری آن است. وقتی که ریاضیات به‌عنوان راهنمای عمل و

برای یافتن نیازهای خاص اجتماعی در شرایط موجود، در نظر گرفته می‌شود، آن وقت سازمان‌دهی ریاضیات، به صورتی واحد و خاص خود انجام می‌گیرد. عبور از آگاهی‌های ریاضی به حالت نظری هم، عبور از ملقمه از آگاهی‌های جدا از هم به دستگاه نظری نیست، بلکه ویرانی یک‌گونه و به‌وجود آمدن گونهٔ دیگر به‌طور کامل است.

برای این که ماهیت تغییری را که رخ می‌دهد، روشن کنیم، جنبه‌های اصلی دانش «سازمان‌یافته و نظری» ریاضیات را مشخص می‌کنیم: وجود ارتباط‌های منطقی که به مفهوم‌هایی خاص مربوط می‌شود، استفاده از «ایده‌آل»های ریاضی و پیدایش تاریخی اختلاف بین ایده‌آل‌ها با جسم‌های فیزیکی دنیای واقع.

وقتی به یاری استدلال‌های منطقی، گزاره‌ای ریاضی را به گزارهٔ دیگری تبدیل می‌کنیم، ساده‌تر آن است که در ذهن خود روی «ایده‌آل‌ها» کار کنیم، و نه خود جسم‌های واقعی. می‌توان گفت که انتزاع‌های ریاضی «زندگی خاص خودشان را دارند» و در ضمن، به‌طور دائم به تکمیل ساختارهای نظری یاری می‌رسانند. قبل از حالت نظری آگاهی‌های ریاضی، خبری از این جنبه‌ها نیست، با وجودی که سازمان‌یافته‌اند.

برای این که ریاضیات به‌عنوان یک دانش نظری پدید آید، باید نیازهای فعالیت عملی، ضرورت وجود آن را تأیید کنند. ولی سازمان اجتماعی-تولیدی نخستین وقتی که هنوز تولید انفرادی رشد نکرده بود یا وجود نداشت، مستلزم عمل‌های اجتماعی مشترک بود. تقسیم جریان واحد کار به فضاهای جداگانه، هنوز در این زمان پیش نیامده بود. هر عضو جامعه ابزاری داشت که برای همهٔ فعالیت‌ها به‌کار می‌آمد و همه‌جا به یک شیوه از آن استفاده می‌شد. همه دستاوردهای مادی و معنوی، واحد غیرقابل تجزیه به‌حساب می‌آمدند و دارایی مشترک همه بودند. همچنین، نتیجهٔ فعالیت‌های جامعه به هر فرد و نتیجهٔ کار هر فرد، به جامعه تعلق داشت و تقسیم طبیعی کار در خانواده، برای تغییر این وضع کافی نبود. تنها، رشد بعدی نیازها، موجب افزایش فعالیت‌ها شد و همین، دستاوردها را افزایش داد؛ به‌نحوی که دیگر درخور افراد جداگانه نبود.

همان‌طور که یکپارچگی فعالیت مادی، متناظر با یکپارچگی دستورهای آن است، تقسیم فعالیت به حوزه‌های جداگانه، یعنی پیدایش تخصص، به معنای تقسیم دستاوردها به حوزه‌های گوناگون است. بغرنج شدن فعالیت و تبدیل آن به دستگاهی از کارهای سودمند برای جامعه (تعاونی‌های نخستین)، به نوبهٔ خود نطفه‌های روابط اجتماعی را به‌وجود آورد. نیروی کار و ابزار کار، در رابطه با استعدادهای طبیعی، نیازها را تقسیم می‌کند و تنوع می‌پذیرد. درنتیجه به‌خاطر تقسیم دستاوردها به رشته‌های متعددی مربوط به فعالیت، تخصص‌های پیش از دانش و استنتاج‌های نزدیک به دانش به‌وجود می‌آیند. پیدایش تخصص‌ها، وسیلهٔ نیرومندی برای رشد و درضمن، تنوع بعدی دستاوردها و درنتیجه، تحکیم تخصص‌ها و همچنین دگرگونی ساختار فعالیت می‌شود.

شرایط لازم اولیه برای به‌وجود آمدن عنصرهای نخستین ریاضیات (پیش ریاضیات)، یعنی دستاوردهای قابل اندازه‌گیری و قابل مقایسه با یکدیگر، نیاز مبرم به محاسبه را به‌وجود آورد، تا بتوان دستاوردهای محصول فعالیت را به صورت کتبی ثبت کرد. در آغاز، برای ثبت نوشته‌ها، حداقل آمادگی کفایت می‌کرد و وجود کاتب، امری موقتی و گذرا به‌حساب می‌آمد. برای مثال در نوشته‌ای با خط هیروگلیفی بر دیوارهای مقبرهٔ «ابوسیر»، خدمتگذار دربار «مه‌چن» (در پایان سلسلهٔ سوم و آغاز سلسلهٔ چهارم در مصر باستان)، اطلاع داده می‌شود که این خدمتگذار «... در رأس کاتبان محل خوار و بار و رئیس آن‌جا بود. او حسابدار و پزشک بود...».

بعدها کار نوشتن کتاب و ثبت نوشته‌ها، به یک حرفه و یک وظیفهٔ تخصصی تبدیل شد. دلیل این حرفه‌ای شدن و دقیق‌تر شدن کار کتابت را باید در تکامل خط و نوشتن جست‌وجو کرد. از جمله در میان دو رود، در مرحلهٔ اول تکامل خط میخی، از کوتاه

شدهٔ واژه‌ها (لولوگرافی) استفاده می‌شد و نشانه‌های واژه‌ای (لولوگرام‌ها) که بیش‌تر به‌کار می‌رفتند، معنای خود را پیدا کردند.

بعدها برای نامگذاری چیزها و موردهای تازه و همچنین نام‌های خاص، سازندگان این دستگاه (دستگاه خط میخی)، با زیرکی از همان نشانه‌های واژه‌ای که پیش از آن قبول کرده بودند، استفاده کردند. از ترکیب آن‌ها «هجاها» را ساختند و به این ترتیب، «نشانه‌های صوتی» (فتوگرام‌ها) را به‌وجود آوردند. هجاها (به‌طور معمول واژه‌های یک سیلابی) را بدون در نظر گرفتن معنای نخستین آن‌ها که کوتاه شدهٔ یک واژه بود، می‌خواندند. درنتیجه اختلاطی عجیب پیدا شد: کاهنان که هنوز رسم قبلی را کنار نگذاشته بودند و از نشانه‌ها به‌عنوان کوتاه‌شدهٔ واژه‌ها (لولوگرام) استفاده می‌کردند، در جای دیگر از همان متن‌نوشتهٔ خود، نشانه‌ها را به‌عنوان نشانهٔ صدا (فتوگرام) به‌کار می‌بردند. درضمن هیچ اضافه‌ای چه از نظر رسم نشانه و چه از نظر دیگر، بین «مونوگرام» و «فتوگرام» دیده نمی‌شد. این اختلاط و درهمجوشی دستگاه و استفاده از یک نشانهٔ واحد، برای یادداشت‌های متفاوت، موجب دشواری‌های زیادی شد که کاتبان با آن روبه‌رو بودند و برای برطرف کردن آن‌ها، باید دوره‌های سخت و طولانی

آموزش را می‌گذراندند. [لئو اوپن‌هایم در کتاب «میان دو رود باستان»].

به این مناسبت، با این که بعدها از این روش ثبت‌نوشته‌ها صرف‌نظر کردند، به‌هرحال روش ساده‌ای که در آغاز برای ثبت دستاوردهای فعالیت وجود داشت، به‌طور جبران‌ناپذیری از بین رفت و «کاتبان به گروه متخصصان والامقامی تبدیل شدند» [همان‌جا]. شبیه همین تحول را در نوشته‌های مصر باستان هم می‌توان دید.

پیچیده‌تر شدن فعالیت، وجود تخصص را ضروری می‌کرد. گروه خاصی به‌وجود آمد که پاسخگوی فعالیت نوشتاری بود؛ گروه کاتبان. این حرفه در مصر، میان دو رود و چین، بدون این که افراد هیچ ارتباطی باهم داشته باشند، شکل گرفت. سرچشمه‌های ریاضیات را هم باید در همین نیاز اجتماعی جست‌وجو کرد. ریاضیات به‌عنوان آگاهی‌هایی که به کار عمل می‌خورند، درست درجهتی بود که نیازهای عملی گروه متخصصی از افراد را تأمین می‌کرد. و. بویی نین، کاتبان مصری را این‌گونه معرفی می‌کند: «کاتبان... طبقهٔ سوم کاهنان مصری را تشکیل می‌دادند. در سلسله‌مراتب مذهبی کاتب مقام سوم را داشت؛ پَری بر سر و کتاب و خط‌کش و مرکب و قطعه چوبی برای نوشتن در دست‌هایِ خود داشت. در ادارهٔ کاتبان، کسانی جمع بودند که به بخش ساختمانی معبد و دارایی‌های ارضی آن مربوط می‌شدند. به ظاهر مجموعهٔ آگاهی‌هایی که باید یادمی گرفتند و به‌کار می‌بستند، ارتباط دقیقی با وظیفهٔ آن‌ها داشت. در برنامهٔ درسی آن‌ها، این مواد وجود داشتند؛ دانش هیروگلیف و تزئین نمای بیرونی معبد، توانایی در تنظیم دقیق بخش‌های معبد در سمت معلوم افق؛ رسم «نیل»؛ اخترشناسی؛ هندسه، جغرافیای مصر و جغرافیای عمومی؛ شرح جهان هستی یا کیهان‌نگاری.

بنابراین آگاهی‌های مربوط به ریاضیات، اخترشناسی و جغرافیا از تخصص‌های مهم و اساسی کاهنان به‌شمار می‌رفتند. آنچه که یادگرفتن آن‌ها برای کاهنان اجباری بود، در «۱۰ کتاب بزرگ جمع کرده بودند که تعداد کل آن‌ها به ۴۳ می‌رسید. کتاب‌هایی هم وجود داشتند که به طور کلی، شامل همهٔ آگاهی‌های لازم برای هر شش طبقه از قشرهای کاهنان بود». [ریاضیات مصر قدیم از روی پاپیروس رند].