

دانش آموزان دبیرستان نظام قدیم و جدید

آموزش ترجمه متون ریاضی (۱۲)

● حمید رضامیری

TEST 5

تست ۵

Time allowed: 1 1/4 hours

۱ 1/4 ساعت

وقت

SECTION I

بخش ۱

(Twenty questions) Questions 1-20

سوالهای ۱ الی ۲۰ (بیست سوال)

1. The period of the function f , where

$$f: x \mapsto 2 \sin\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{2}\right), \quad x \in \mathbb{R},$$

is

- A π B $\pi/3$ C 3π D 6π E $11\pi/2$

۱ - دوره تناوب تابع f (باضابطه)

$x \in \mathbb{R}, f: x \mapsto 2 \sin\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{2}\right)$ عبارت است از

- ۱) π ۲) $\frac{\pi}{3}$ ۳) 3π ۴) 6π ۵) $11\frac{\pi}{2}$

2. The unit vector in the direction of $(a - b)$, where

$$a = (3i - 5j - 2k), \quad b = (2i - 3j - 4k),$$

is

A $i - 2j + 2k$ B $\frac{1}{\sqrt{65}}(5i - 2j - 6k)$

C $\frac{1}{3}(i - 2j + 2k)$ D $\frac{1}{9}(i - 2j + 2k)$

E $\frac{1}{3}(-i + 2j - 2k)$

۲ - بردار واحد در امتداد بردار $(a - b)$ ، که

$a = (3i - 5j - 2k)$ و $b = (2i - 3j - 4k)$ ، عبارت است از

۱) $i - 2j + 2k$

۲) $\frac{1}{\sqrt{65}}(5i - 2j - 6k)$

۳) $\frac{1}{3}(i - 2j + 2k)$

۴) $\frac{1}{9}(i - 2j + 2k)$

۵) $\frac{1}{3}(-i + 2j - 2k)$

3. Given that $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$, then

$$\frac{dy}{dx} =$$

A $\tan(t/2)$ B $\cot(t/2)$ C $-\cot(t/2)$

D $\frac{1 - \sin t}{1 - \cos t}$ E $-\tan(t/2)$

4. The complete set of the real values of k for which the equation

$$x^2 + kx + 2k = 0$$

has real distinct roots is

A $\{k : k > 8\}$

B $\{k : k < 0\}$

C $\{k : 0 \leq k \leq 8\}$

D $\{k : k \leq 0\} \cup \{k : k \geq 8\}$

E $\{k : k < 0\} \cup \{k : k > 8\}$

$$5. \int_{-1/2}^{1/2} \frac{1}{(1-x)^2} dx =$$

A $\frac{4}{3}$ B $-\frac{4}{3}$ C 1 D $\ln 3$ E $-\ln 3$

6. The gradient of that diameter of the circle

$$x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$$

which is perpendicular to the line joining the centre of the circle to the origin is

A $-\frac{4}{3}$ B $-\frac{3}{4}$ C $\frac{4}{3}$

D $-\frac{5}{4}$ E $\frac{3}{4}$

7. Given that

$$f : x \mapsto 2x,$$

$$g : x \mapsto 3x - 4,$$

for $x \in \mathbb{R}$, then

$$f^{-1}g^{-1} : x \mapsto$$

A $\frac{1}{2x(3x-4)}$ B $\frac{x+4}{6}$ C $\frac{x+8}{6}$

D $\frac{1}{6x-8}$ E $\frac{3x-4}{2}$

(۳) فرض کنید $x = t - \sin t$ و $y = 1 - \cos t$ در این

صورت $\frac{dy}{dx}$ برابر است با

(۱) $\tan\left(\frac{t}{2}\right)$ (۲) $\cot\left(\frac{t}{2}\right)$ (۳) $-\cot\left(\frac{t}{2}\right)$

(۴) $\frac{1 - \sin t}{1 - \cos t}$ (۵) $-\tan\left(\frac{t}{2}\right)$

(۴) مجموعه تمام مقادیر حقیقی k که (به ازای آنها)

معادله $x^2 - kx + 2k = 0$ دارای ۲ ریشه حقیقی متمایز باشد،

عبارت است از

(۱) $\{k : k > 8\}$

(۲) $\{k : k < 0\}$

(۳) $\{k : 0 \leq k \leq 8\}$

(۴) $\{k : k \leq 0\} \cup \{k : k \geq 8\}$

(۵) $\{k : k < 0\} \cup \{k : k > 8\}$

۵- (حاصل انتگرال کدام است؟) $\int_{-1/2}^{1/2} \frac{1}{(1-x)^2} dx =$

(۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) 1 (۴) $\ln 3$ (۵) $-\ln 3$

۶- ضریب زاویه قطر دایره $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$ که

بر خط و اصل بین مرکز دایره و مبدأ مختصات، عمود است،

عبارت است از

(۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{5}{4}$ (۵) $\frac{3}{4}$

۷- فرض کنید برای هر $x \in \mathbb{R}$ ، $f : x \mapsto 2x$ و

$g : x \mapsto 3x - 4$ ، در این صورت $f^{-1}g^{-1} : x \mapsto ?$ (منظور از

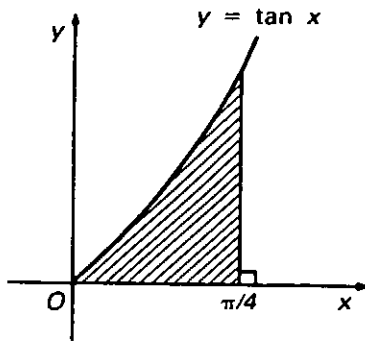
$f^{-1}g^{-1}$ همان $f^{-1} \circ g^{-1}$ است)

(۱) $\frac{1}{2x(3x-4)}$ (۲) $\frac{x+4}{6}$

(۳) $\frac{x+8}{6}$ (۴) $\frac{1}{6x-8}$

(۵) $\frac{3x-4}{2}$

8.



The area, in square units, of the shaded region is

A 1 B $\ln 2$ C $-\ln 2$

D $\frac{1}{2} \ln 2$ E $-\frac{1}{2} \ln 2$

9. Given that $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$,

$$e^y \frac{dy}{dx} = e^{-x}$$

and $y = 0$ when $x = 0$, then, when $x = -1$,

A $y = 1$ B $y = -\ln(e - 2)$

C $y = -1$ D $y = 1 + \ln 2$

E y cannot be found

10. Given that

$$\frac{1+i}{x} = \frac{i}{y+i},$$

where $x, y \in \mathbb{R}$, then

A $x = 0, y = 1$ B $x = 0, y = -1$

C $x = 2, y = 1$ D $x = -2, y = 1$

E there is insufficient information for x and y to be found.

11. The number of ways in which n books can be chosen from $(m + n)$ different books is

A $\frac{(m+n)!}{n!}$ B $(m+n)! - m!$

C $(m+n)! - n!$ D $\frac{(m+n)!}{m!}$

E $\frac{(m+n)!}{m!n!}$

۸ - مساحت ناحیه سایه‌زده، در واحد مربع، عبارت

است از

۱ (۱) $\ln 2$ (۲)

۳ $-\ln 2$ (۳) $\frac{1}{2} \ln 2$ (۴)

۵ $-\frac{1}{2} \ln 2$ (۵)

۹ - فرض کنید برای $x \in \mathbb{R}$ و $y \in \mathbb{R}$ $e^y \frac{dy}{dx} = e^{-x}$

و اگر $x = 0$ در این صورت $y = 0$ ، در صورتی که $x = -1$

(مقدار y کدام است؟)

۱ (۱) $y = 1$

۲ $y = -\ln(e - 2)$

۳ $y = -1$

۴ $y = 1 + \ln 2$

۵ y را نمی‌توان یافت.

۱۰ - فرض کنید $\frac{1+i}{x} = \frac{i}{y+i}$ که $x, y \in \mathbb{R}$ ، در این

صورت

۱ $x = 0, y = 1$

۲ $x = 0, y = -1$

۳ $x = 2, y = 1$

۴ $x = -2, y = 1$

۵ اطلاعات برای محاسبه x و y کافی نیست.

۱۱ - تعداد راه‌هایی که می‌توان n کتاب را از بین

$(m+n)$ کتاب متمایز، انتخاب کرد، عبارت است از

۱ $\frac{(m+n)!}{n!}$

۲ $(m+n)! - m!$

۳ $(m+n)! - n!$

۴ $\frac{(m+n)!}{m!}$

۵ $\frac{(m+n)!}{m!n!}$

12. The coefficient of x^2 in the binomial expansion of $(1 - x)^5$ is

- A - 15 B - 10 C + 10
D + 15 E + 20

۱۲ - ضریب x^2 در بسط بینر $(1-x)^5$ عبارت است

از

- (۱) -۱۵ (۲) -۱۰
(۳) ۱۰ (۴) ۱۵
(۵) ۲۰

13. $\sum_{r=1}^{\infty} e^{-r}$

- A = $\frac{1}{e-1}$ B = $\frac{e}{e-1}$ C = $\frac{1}{e+1}$
D = $\frac{e}{e+1}$ E does not converge

۱۳ - مقدار $\sum_{r=1}^{\infty} e^{-r}$ (برابر است با)

- (۱) $\frac{1}{e-1}$ (۲) $\frac{e}{e-1}$
(۳) $\frac{1}{e+1}$ (۴) $\frac{e}{e+1}$
(۵) همگرا نیست.

14. The roots of the equation $2x^2 + 7x + 3 = 0$ are α and β . An equation whose roots are $2\alpha + \beta$ and $\alpha + 2\beta$ is

- A $2y^2 + 21y + 52 = 0$ B $2y^2 - 21y + 52 = 0$
C $2y^2 - 21y - 52 = 0$ D $2y^2 + 21y - 52 = 0$
E $2y^2 + 21y - 48 = 0$

۱۴ - α و β ریشه‌های معادله $2x^2 + 7x + 3 = 0$

می‌باشند. معادله‌ای که ریشه‌های آن $\alpha + 2\beta$ و $2\alpha + \beta$ باشند،

عبارت است از

- (۱) $2y^2 + 21y + 52 = 0$ (۲) $2y^2 - 21y + 52 = 0$
(۳) $2y^2 - 21y - 52 = 0$ (۴) $2y^2 + 21y - 52 = 0$
(۵) $2y^2 + 21y - 48 = 0$

15. The complete set of values of x for which $|x - 2| < |2x|$, where $x \in \mathbb{R}$, is

- A $\{x : x > -2\}$
B $\{x : \frac{2}{3} < x < 2\}$
C $\{x : x < -2\} \cup \{x : \frac{2}{3} < x < 2\}$
D $\{x : x < -2\} \cup \{x : x > \frac{2}{3}\}$
E $\{x : x < -\frac{2}{3}\} \cup \{x : x > 2\}$

۱۵ - مجموعه تمام مقادیری چون $x \in \mathbb{R}$ برای

(برقراری نامساوی) $|x - 2| < |2x|$ عبارت است از

- (۱) $\{x : x > -2\}$
(۲) $\{x : \frac{2}{3} < x < 2\}$
(۳) $\{x : x < -2\} \cup \{x : \frac{2}{3} < x < 2\}$
(۴) $\{x : x < -2\} \cup \{x : x > \frac{2}{3}\}$
(۵) $\{x : x < -\frac{2}{3}\} \cup \{x : x > 2\}$

16. The general solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2(y+1)}{x}$$

is, N being a constant,

- A $y = x^2 + N$
B $y = Nx^2 - 1$
C $y = N(x^2 - 1)$
D $y = x^2 + Nx$
E $y = Nx^2 - 2x$

۱۶ - جواب عمومی معادله دیفرانسیل

$\frac{dy}{dx} = \frac{2(y+1)}{x}$ ، (با شرط این که) N مقدار ثابتی باشد، عبارت است از

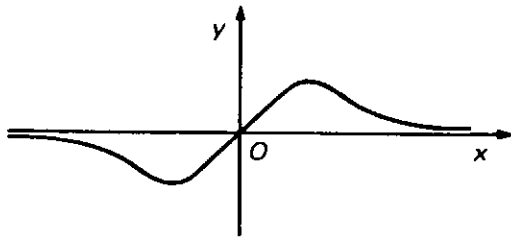
- (۱) $y = x^2 + N$ (۲) $y = Nx^2 - 1$
(۳) $y = N(x^2 - 1)$ (۴) $y = x^2 + Nx$
(۵) $y = Nx^2 - 2x$

17. Given that $x = \cos^2 t$, $y = \tan t$, then, when $t = \pi/4$,

$$\frac{dy}{dx} =$$

- A 2 B -2 C 4
D -4 E $-\frac{1}{2}$

18.



The equation of the curve shown could be

- A $y = \tan^{-1}x$ B $y = x e^{-x}$
C $y = \frac{x}{1+x^2}$ D $y = \frac{x^2}{1+x^4}$
E $y = \frac{\sin x}{x}$

19. The number of solutions, which lie in the range $0 \leq x \leq 2\pi$, of the equation

$$2 \sin^2 x + 7 \sin x + 6 = 0,$$

where $x \in \mathbb{R}$, is

- A 0 B 1 C 2 D 4
E none of the above

20. $(2i + 3j + k) \cdot (i - 4j + k) =$

- A $2i - 12j + k$ B 9
C -9 D $9i$
E $-9i$

۱۷ - فرض کنید $x = \cos^2 t$ و $y = \tan t$ ، در این

صورت، هرگاه $t = \frac{\pi}{4}$ (مقدار) $\frac{dy}{dx}$ برابر است با

- (۱) ۲
(۲) -۲
(۳) ۴
(۴) -۴
(۵) $-\frac{1}{2}$

۱۸ - معادله منحنی نمایش داده شده (روبرو) کدام

می تواند باشد؟

- (۱) $y = \tan^{-1}x$
(۲) $y = x e^{-x}$
(۳) $y = \frac{x}{1+x^2}$
(۴) $y = \frac{x^2}{1+x^4}$
(۵) $y = \frac{\sin x}{x}$

۱۹ - تعداد جوابهای واقع در فاصله $0 \leq x \leq 2\pi$ و

$x \in \mathbb{R}$ ، برای معادله $2 \sin^2 x + 7 \sin x + 6 = 0$ ، عبارت است

از

- (۱) ۰
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۴

(۵) هیچ یک از موارد فوق (قبل)

۲۰ - مقدار $(i - 4j + k) \cdot (2i + 3j + k)$ برابر است با

- (۱) $2i - 12j + k$
(۲) ۹
(۳) -۹
(۴) $9i$
(۵) $-9i$

