



# آشنایی با بسته‌ی نرم‌افزاری Mathematica

قسمت اول

مقدمه

بسته‌ی نرم‌افزاری Mathematica حدود ۲۲ سال پیش توسط استفن ولفرم<sup>۱</sup> به عنوان یک نوآوری علمی کارا برای امور تحقیقاتی ارائه شد. وی مؤسس شرکت معتبر نرم‌افزاری ولفرم است که در سال ۱۹۸۷ پایه‌گذاری شد. اولین نسخه‌ی Mathematica در سال ۱۹۸۸ معرفی شد و طی دو دهه، نسخه‌های کامل‌تر این بسته‌ی نرم‌افزاری وارد بازار شد؛ به طوری که هم‌اکنون نسخه‌ی ۷ آن در بازار موجود

کلید واژه‌ها:

بسته‌های نرم‌افزاری Mathematica

. Evaluate Cells .Cells .Basic mathInput .Palettes



است.

این بسته نرم‌افزاری نه تنها به منظور انجام محاسبات ریاضی، بلکه با هدف مدل‌سازی، شبیه‌سازی، تجسم، مستندسازی و پیشرفت و توسعه در زمینه‌های گوناگون علوم فنی و کاربردی طراحی شد. Mathematica سرآغازی برای محاسبات فنی مدرن بود. تا قبل از پیدایش این بسته، بسته‌های متفاوتی وجود داشتند که تنها قادر به انجام محاسبات جبری و عددی مشخص و انجام اعمال گرافیکی محدودی بودند. در حالی که با ابداع این نرم‌افزار جدید، کاربران قادر به انجام محاسبات پیشرفته و جامعی شدند.

زمانی که نسخه‌ی اول Mathematica به بازار آمد، به عنوان یکی از مهم‌ترین ده محصول اول آن سال معرفی شد. چرا که از اهمیت عملکرد آن نمی‌شد چشم پوشید. نخستین نسخه‌ی آن برای استفاده در علوم ریاضی و فیزیک و مهندسی طراحی شده بود، ولی در ادامه و طی سال‌های بعد، در سایر علوم نظیر پزشکی، زیست‌شناسی، علوم اجتماعی و بازرگانی نیز مورد استفاده قرار گرفت. در مهندسی نیز به عنوان ابزاری استاندارد برای طراحی، تولید و توسعه‌ی محصولات موردنظر به کار می‌رود.

Mathematica به شکل اساسی در طول تحصیلات مقدماتی و دانشگاهی و در سطوح متفاوت آموزش از دبیرستان به بعد، به عنوان یک ابزار آموزشی مناسب در سطح جهان مورد استفاده قرار گرفته است. به ویژه به دلیل طراحی ساده، جذاب و قابل فهم آن و امکان دسترسی ساده به این نرم‌افزار، دانش‌آموزان دبیرستانی در سراسر جهان به شکل عمومی از آن استفاده می‌کنند. تنوع موجود در این بسته به گونه‌ای است که کاربران از سن ۱۰ سال به بالا می‌توانند حتی برای سرگرمی از آن استفاده کنند.

در حال حاضر این بسته نرم‌افزاری در بسیاری از سازمان‌ها، شرکت‌ها و ارگان‌های دولتی کشور آمریکا و بزرگ‌ترین دانشگاه‌های جهان مورد بهره‌برداری قرار دارد. طی سال‌های اخیر، طراحی این بسته نرم‌افزاری به شکل قابل توجهی توسعه یافت، به طوری که پس

از دو دهه، به عنوان یک سیستم تعریف شده برای طیف گسترده‌ای از محاسبات هم‌چنان مورد بهره‌برداری قرار می‌گیرد. در این راستا تصمیم گرفته شد، مجموعه‌ای از مقالات برای آشنایی دانش‌آموزان و خوانندگان گرامی با این بسته نرم‌افزاری نوشته شود. در این مقالات براساس مطالب موجود در ریاضیات دوره‌ی دبیرستان، چگونگی انجام محاسبات در محیط این بسته نرم‌افزاری مطرح خواهد شد. ابتدا با توجه به محتوای کتاب‌های ریاضی ۱ و ۲ دبیرستان، به معرفی توابع مقدماتی و نحوه‌ی اجرا و به کارگیری آن‌ها در محیط این بسته می‌پردازیم. در ادامه‌ی این مقالات، در چارچوب دروس حسابان، حساب دیفرانسیل و انتگرال، چگونگی محاسبه توابع، حد، مشتق، انتگرال، رسم منحنی و ... در این بسته آموزش داده می‌شود. به این منظور نسخه‌ی Mathematica 6 در نظر گرفته شده است و تمامی محاسبات و دستورات عمل‌ها در محیط این نسخه از نرم‌افزار معرفی می‌شوند. بسته نرم‌افزاری Mathematica تحت سیستم عامل ویندوز قابل اجرا است.

### نصب نرم‌افزار

به منظور نصب Mathematica روی رایانه‌ی شخصی خود، ابتدا سی‌دی حاوی این بسته نرم‌افزاری را در سی‌دی‌خوان قرار دهید و فایل Setup.exe را اجرا کنید تا اجرای مراحل نصب به طور خودکار آغاز شود. در ابتدا اطلاعات شما و کلمه‌ی عبور خواسته می‌شود. با اجرای فایل Keygen.exe، می‌توانید پس از قرار دادن شماره‌ی MathID و فشار دکمه‌ی Generate، «شماره‌ی شناسایی»<sup>۱</sup> و «کلمه‌ی عبور»<sup>۲</sup> را اخذ و در قسمت مربوطه کپی کنید تا مراحل نصب دنبال شود. پس از اتمام نصب، رایانه‌ی خود را restart کنید.

### مشخصات نرم‌افزار

صفحه‌ی اصلی Mathematica شامل گزینه‌های Edit، File، Windows و Help است. توصیه می‌شود هم‌زمان با مطالعه‌ی این توضیحات، برای یادگیری بهتر، هر کدام از توابع و دستورات عمل‌های معرفی شده را روی رایانه‌ی شخصی خود اجرا کنید. به منظور ایجاد یک فایل جدید، گزینه‌ی «New» را در پنجره‌ی «File» انتخاب و اطلاعات موردنظر خود را روی صفحه تایپ و اجرا می‌کنیم. برای ذخیره‌ی اطلاعات، گزینه‌ی «Save» از پنجره File را انتخاب و با یک نام نظیر «Sample» فایل را ذخیره می‌کنیم. تمام یادداشت‌های Mathematica که در صفحه‌ی اصلی درج می‌گردند، به صورت فایلی با پسوند «.nb» در ماشین ذخیره می‌شوند. هم‌چنین، برای باز کردن فایل‌های قبلی در محیط این نرم‌افزار، گزینه‌ی «Open»

از پنجره‌ی File را انتخاب می‌کنیم و فایل موردنظر را می‌یابیم و باز می‌کنیم.

از جمله پنجره‌های قابل توجه در Mathematica «Palettes» است. در این پنجره، گزینه‌ای به نام «BasicMathInput» وجود دارد که با انتخاب آن، صفحه‌ای شامل نمادهای اصلی در ریاضی، چون توان‌رسانی، کسر، ریشه‌گیری، مشتق‌گیری، انتگرال‌گیری، مجموع، حاصل‌ضرب، ماتریس و ... به همراه اعمال اصلی ریاضی و حروف الفبای یونانی ظاهر می‌شوند. با انتخاب هر یک از این نمادها، عیناً آن نماد در صفحه‌ی اصلی ظاهر می‌شود که باید با پر کردن جاهای خالی، عبارت موردنظر برای محاسبه را آماده کنیم.

### چند مثال

مثلاً به منظور محاسبه‌ی  $5^7$ ، گزینه  $\square$  را انتخاب می‌کنیم. با این عمل یک سلول روی صفحه پدید می‌آید، که با یک گروه‌ی بسته مشخص می‌شود. حال داخل دومربع را در پایه و توان پر می‌کنیم. با دکمه‌ی «Tab» روی صفحه‌ی کلید، به سادگی می‌توان از مربع پایینی به بالایی منتقل شد. پس از تایپ  $5^7$  با فشار هم‌زمان دکمه‌های «Enter» و «Shift»، نتیجه روی صفحه به صورت ۷۸۱۲۵ مشخص می‌شود. در این حالت ورودی با «In» و نتیجه با «Out» در یک سلول نمایش داده می‌شود. لازم به ذکر است، در Mathematica هر عبارت ورودی جهت محاسبه در یک «سلول» قرار می‌گیرد و پس از اجرا، نتیجه نیز در همان سلول به نمایش درمی‌آید. هر سلول داخل یک علامت به شکل گروه‌ی بسته قرار دارد. به جز دکمه‌های Enter و Shift، برای محاسبه می‌توان از گزینه‌ی «محاسبه‌ی سلول‌ها»<sup>۵</sup> در پنجره‌ی Evaluation نیز استفاده کرد.

حال سلول دیگری را ایجاد می‌کنیم تا در آن عبارت  $\frac{2}{7} + \frac{3}{4}$  محاسبه شود. ابتدا گزینه‌ی  $\square$  را در پنجره‌ی «BasicMathInput» انتخاب و در مربع‌های خالی به ترتیب ۲ و ۷ را تایپ می‌کنیم. سپس جلوی کسر  $\frac{2}{7}$  نماد + را تایپ و پس از آن مجدداً روی گزینه‌ی  $\square$  کلیک می‌کنیم و در مربع‌های خالی به ترتیب ۳ و ۴ را تایپ می‌کنیم. از کلید Tab برای انتقال از صورت به مخرج کسر می‌توان استفاده کرد. حال سلول حاصل را با فشار هم‌زمان دکمه‌های Enter و Shift محاسبه می‌کنیم. در این لحظه کسر  $\frac{29}{28}$  به عنوان خروجی در صفحه‌ی نمایش ظاهر می‌شود.

ممکن است تمایل داشته باشیم مقدار این کسر را به شکل اعشاری ببینیم. به این منظور کافی است یک سلول جدید زیر همین کسر با تایپ حرف N و قرار دادن علامت % داخل یک گروه جلوی آن، ایجاد کنیم. با اجرای دستور N[%]، نتیجه‌ی کسر فوق به صورت ۱/۰۳۵۷۱ در صفحه ظاهر می‌شود. در حالت کلی دستور N[ ]، عبارت قرار

گرفته داخل گروه را به صورت عددی و با نمایش اعشاری مشخص می‌کند. در این حالت، ۵ رقم از ارقام قسمت اعشاری نمایش داده می‌شود که می‌توان با قراردادن عددی در کنار عبارت مربوط، تعداد ارقام اعشار موردنظر را مشخص کرد.

به طور کلی دستور [n و عبارت] N، مقدار عبارت داخل گروه را به صورت تقریبی و تا n-۱ رقم اعشار نمایش می‌دهد. هم‌چنین اگر عبارت در سلول یا سلول‌های قبلی وجود داشته باشد، نیازی به تایپ مجدد عبارت نیست و کافی است از علامت % استفاده کرد.

دستور N[%،n] مقدار عبارت موجود در آخرین سلول را به صورت عددی تا (n-۱) رقم اعشار مشخص می‌کند. برای مثال، اگر بخواهیم نتیجه‌ی عبارت  $(\frac{9}{4})^4$  را به صورت تقریبی تا ۲۰ رقم اعشار مشاهده کنیم، ابتدا گزینه‌ی توان‌رسانی را انتخاب و داخل مربع اول، روی گزینه کسر  $(\frac{\square}{\square})$  کلیک می‌کنیم. حال ابتدا ۹، سپس ۷ و در نهایت ۴ را در مربع‌ها تایپ می‌کنیم. با دکمه‌ی Tab سریع‌تر می‌توان به مربع بعدی رفت. پس از اجرای سلول حاوی  $(\frac{9}{4})^4$ ، حاصل این عبارت به صورت  $\frac{6561}{2401}$  نمایش داده می‌شود. حال زیر این نتیجه تایپ می‌کنیم: N[%،20]. با محاسبه‌ی این سلول نتیجه‌ی عبارت به صورت ۲/۷۳۲۶۱۱۴۱۱۹۱۱۷۰۳۴۵۶۹ مشخص می‌شود.

57

78125

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{4}$$

$$\frac{29}{28}$$

N [%]

1.03571

$$\left(\frac{9}{4}\right)^4$$

$$\frac{6561}{2401}$$

N [%، 20]

2.7326114119117034569

جذرگیری از جمله اعمال دیگری است که در پنجره‌ی BasicMathInput وجود دارد. فرض کنید که می‌خواهیم  $\sqrt{2}$  را با ۱۰ رقم اعشار محاسبه کنیم. به این منظور، ابتدا روی علامت  $\square$  در این پنجره کلیک می‌کنیم تا عین همین علامت روی صفحه ظاهر شود. سپس درون مربع عدد ۲ را تایپ می‌کنیم. حال برای محاسبه‌ی تقریبی  $\sqrt{2}$  آن را درون تابع محاسبه عددی N به صورت  $N[\sqrt{2}, 10]$

**Plus [2.5, 0.97, 31.29, 0.405]**

35.165

**{3, 8, -4, -10, 23} +6**

**{9, 14, 2, -4, 29}**

تابع تفریق<sup>۲</sup>: دستور Subtract[a,b] حاصل a-b را به عنوان نتیجه مشخص می کند.

مثال:

**Subtract [67, 31]**

36

تابع ضرب<sup>۳</sup>: دستور Times [x,y,z] حاصل ضرب x, y, z را به صورت xyz مشخص می کند.

مثال:

**Times [54, 3.1, 7.64, 1.77]**

2263.72

تابع تقسیم<sup>۴</sup>: دستور Divide [x,y] نتیجه ی تقسیم x بر y را مشخص می کند.

لازم به ذکر است، هنگام استفاده از این تابع اگر x بر y بخش پذیر نباشد، نتیجه ی تقسیم مشخص نمی شود. در این حالت می توان از دستور محاسبه ی عددی N استفاده کرد و حاصل تقسیم را به شکل اعشاری یافت.

مثال:

**Divide [825, 75]**

11

**N [Divide[19, 7]]**

2.71429

تابع توان<sup>۵</sup>: دستور Power [x,n] حاصل  $x^n$  را مشخص می کند. این دستور به صورت  $x^n$  نیز می تواند بیان شود.

هم چنین اگر بخواهیم چند عدد را هم زمان به توان یکسان برسانیم، فهرست این اعداد را در یک مجموعه قرار می دهیم و بعد از آن علامت  $^$  (نماد توان) و به دنبال آن توان مورد نظر را تایپ می کنیم.

مثال:

**Power [3, 10]**

59049

**3^10**

59049

**{4.5, 7, 1.2, 10}^3**

**{91.125, 343, 1.728, 1000}**

تابع جذرگیری<sup>۶</sup>: دستور Sqrt [x] جذر عدد x را مشخص

قرار می دهیم. با اجرای این سلول، پاسخ  $1/414213562$  را دریافت می کنیم.

توجه داشته باشید، اگر  $\sqrt{x}$  را درون دستور العمل محاسباتی  $N[0,n]$  قرار ندهیم، خود  $\sqrt{x}$  در نتیجه ی اجرای سلول ظاهر می شود. هم چنین می توان با استفاده از نماد  $\sqrt[n]{x}$  در این صفحه، ریشه گیری یک عدد را انجام داد. مثلاً برای محاسبه ی  $\sqrt[5]{3}$  روی این نماد کلیک می کنیم و ابتدا ۳ را در مربع زیر رادیکال و سپس ۵ را در مربع داخل فرجه ی رادیکال تایپ می کنیم. به منظور انتقال به مربع دوم از دکمه ی Tab استفاده می کنیم. حال  $\sqrt[5]{3}$  را درون تابع N قرار می دهیم و سلول حاصل را به صورت  $N[\sqrt[5]{3}]$  با فشار دکمه های Enter و Shift محاسبه می کنیم. در این لحظه، مقدار  $1/24573$  به عنوان نتیجه مشخص می شود. البته می توان با مشخص کردن تعداد ارقام اعشار مورد نظر، تقریب این عدد را با رقم های بیشتری ملاحظه کرد.

**N [√2, 10]**

1.414213562

**N [√[3]]**

1.24573

با استفاده از دستور محاسبه ی عددی N می توان مقدار عدد پی را تا هر تعداد رقم اعشاری محاسبه کرد. به منظور مشاهده ی عدد پی با یک دقت معلوم، از نماد Pi استفاده می کنیم. به این منظور در صفحه ی نمایش تایپ می کنیم.  $N[Pi,50]$  و با محاسبه ی این سلول مقدار عدد  $\pi$  تا ۴۹ رقم اعشار مشخص می شود. اگر فقط سلول حاوی Pi را اجرا کنیم، نتیجه به صورت  $\pi$  در صفحه ی نمایش ظاهر می شود.

**N [Pi, 50]**

3.1415926535897932384626433832795028841971693993751

**Pi**

$\pi$

## توابع حسابی

تابع جمع<sup>۷</sup>: فرمول کلی این تابع به شکل  $Plus[x_1, x_2, \dots, x_n]$  است. نتیجه ی این تابع برابر است با:  $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n$ ؛ یعنی مجموع اعداد مندرج در داخل کروشه. اگر بخواهیم یک دسته عدد را با یک عدد ثابت جمع کنیم، ابتدا این اعداد را داخل آکلاد تایپ می کنیم و بین هر کدام یک کاما قرار می دهیم. سپس علامت + و بعد از آن عددی را که باید با مقادیر داخل آکلاد جمع شود، تایپ می کنیم. با محاسبه ی سلول، حاصل مجموعه اعداد مورد نظر حاصل می شود.

۱. Stephen Wolfram
۲. License Number
۳. Password
۴. Cell
۵. Evaluate Cells
۶. Plus

۷. Subtract
۸. Times
۹. Divide
۱۰. Power
۱۱. Sqrt

می‌کند. اگر  $x$  عددی مربع کامل نباشد، نتیجه‌ی اجرای این دستور به شکل  $\sqrt{x}$  مشخص می‌شود. به منظور محاسبه‌ی عددی این مقدار باید از دستور  $N$  استفاده کرد. هم‌چنین اگر  $x$  عددی منفی باشد، اجرای این دستور به صورت یک عدد موهومی برحسب مضربری از  $i$  (که  $i^2 = -1$ ) نمایش داده می‌شود.

مثال:

Sqrt [81]

9

Sqrt [35]

$\sqrt{35}$

N [Sqrt [35]]

5.91608

Sqrt [-4]

2 i

نکته: حرف اول هر یک از توابع به کار رفته در محیط Mathematica

باید به صورت بزرگ تایپ شود.

محاسبه‌ی عبارت‌های جبری

تابع **Expand**: دستور، `Expand [ ]` عبارت داخل کروشه را به صورت بسط داده شده مشخص می‌کند.

در مثال زیر، دو عبارت  $(x+y)^2$  و  $(4x+7y)^2$  و  $(3x-5y)^2$  محاسبه شده‌اند.

Expand [{x+y}^3]

{x^3+3xy^2+y^3}

Expand [(3x-5y^2)^2+(4x+7y^2)^2]

25x^2+26xy^2+74y^4

تابع **Factor**: دستور `Factor [ ]` عبارت جبری داخل

کروشه را به شکل حاصل ضربی از عوامل اول تجزیه می‌کند. در

مثال زیر، عبارت‌های  $1+4x+4x^2$ ،  $x^4-y^4$ ،  $a^3-b^3$  و

$6x^2+13x-5$  تجزیه شده‌اند.

Factor [1+4x+4x^2]

(1+2x)^2

Factor [x^4-y^4]

(x-y^2)(x+y^2)(x^2+y^4)

Factor [a^3-b^3]

(a-b)(a^2+ab+b^2)

Factor [6x^2+13x-5]

(5+2x)(-1+3x)

## کشف یک عدد با بازی ریاضی

میر شهرام صدر

با یک بازی ریاضی برای کشف یک عدد آشنا شوید. در این بازی شما می‌توانید از دوست خود بخواهید که عددی را در ذهن خود در نظر بگیرد، سپس با انجام یک الگوریتم می‌توانید آن عدد را کشف کنید. برای مثال، عددی که دوست شما در نظر می‌گیرد می‌تواند مقدار پول توجیبی یا شماره‌ی شناسنامه یا تاریخ تولد یا هر عدد دیگری باشد. در این جا با انجام یک بازی ریاضی می‌خواهیم تاریخ تولد دوست خود را کشف کنید.

برای این کار ابتدا از دوست خود بخواهید که تاریخ تولدش را به صورت یک عدد شش رقمی در ذهنش تصور کند. برای مثال، عدد شش رقمی متناظر با تاریخ پانزدهم مردادماه سال ۷۳ به صورت زیر است:

۷۳ ۰۵ ۱۵

روز ماه سال

سپس از دوست خود بخواهید که الگوریتم زیر را انجام دهد.

مرحله‌ی (۱) عدد شش رقمی را دو برابر کند.

مرحله‌ی (۲) به عدد حاصل از مرحله‌ی ۱، سه واحد بیافزاید.

مرحله‌ی (۳) عدد حاصل از مرحله‌ی ۲ را ۵ برابر کند.

مرحله‌ی (۴) از عدد حاصل از مرحله‌ی ۳، شش واحد کم کند.

مرحله‌ی (۵) عدد حاصل از مرحله‌ی ۴ را به شما اعلام کند.

اکنون با حذف رقم یکان عدد اعلام شده، تاریخ تولد دوست خود را می‌یابید.